



VARIACIONES Y PERMUTACIONES

PERMUTACIONES

Son aquellas ordenaciones diferentes, que se logran utilizando todos los elementos a la vez de un conjunto dado. Pueden ser:

- **PERMUTACIÓN SIN REPETICIÓN**

Participan todos los elementos y el orden si interesa.

$$P_n = n!$$

EJEMPLO 1

Dadas las letras A, B y C, realice las ordenaciones posibles en base a los tres elementos

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Son 6 ordenaciones:

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

PERMUTACIONES CON LUGARES FIJOS ($P^{n;K}$)

Participan todos los elementos y el orden si interesa.

$$P^{n;K} = (n-k)!$$

EJEMPLO 2

Se tienen 6 personas que se van a ubicar en 6 asientos, si dos de ellas permanecen fijos ¿De cuántas maneras pueden sentarse?

$$P^{6;2} = (6-2)! = 4! = 12$$

Son 12 maneras de sentarse posibles

- **PERMUTACIONES CON REPETICIÓN**

Participan todos los elementos y se repiten algunos elementos.

$$P_n^{a; b; c; \dots; z} =$$

N

$$a! \times b! \times c! \times \dots \times z!$$

EJEMPLO 3

De cuantas maneras se pueden colocar 2 diccionarios, 3 libros de cocina y 4 obras literarias sobre un estante.

$$P_9^{2; 3; 4} = \frac{9!}{2! \times 3! \times 4!} = 1\,260$$

Son 1260 maneras diferentes

- **PERMUTACIÓN CIRCULARES**

Participan todos los elementos ordenados alrededor de un objeto

$$PC_n = (n-1)!$$

EJEMPLO 4

Ordenar alrededor de una mesa circular a 5 personas. ¿Cuántas maneras existen para realizar dicha ordenación?

$$PC_5 = (5-1)! = 4! = 24$$

Son 24 maneras de sentarse posibles

VARIACIONES

Son aquellas ordenaciones diferentes, que se logran utilizando determinados elementos de un total de un conjunto dado. Pueden ser:

- **VARIACIONES SIN REPETICIÓN**

Participan todos los elementos, tomados en grupos y el orden si interesa.

$$V_{n;k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

EJEMPLO 5

Se tienen 5 candidatos a ser elegidos Presidente y Secretario de una junta vecinal ¿De cuántas maneras diferentes podemos elegir a dicha junta, sabiendo que en el voto se escribe el nombre especificando la primera y la segunda opción?

$$V_{5;2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20$$

Son 20 maneras de elegir a dicha junta

- **VARIACIONES CON REPETICIÓN**

Participan todos los elementos, tomados en grupos y el orden no interesa.

$$VR_{n;k} = n^k$$

EJEMPLO 6

Se tienen los dígitos 1; 2; 3; 4; 5; 6 y 7 ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar con ellos?

$$VR_{7;4} = 7^4 = 2\,401$$

Son 2 401 números de 4 cifras diferentes que se pueden escribir con dichos dígitos.

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. ¿Cuántos números de cuatro cifras son múltiplos de 5?
 - a) 100
 - b) 1020
 - c) 1800
 - d) 2000
 - e) N.A.
2. Teresa, Patty, Carlos y Esteban son candidatos para delegados de su aula. Si en el voto se escribe el nombre para delegado y otro para sub delegado ¿Cuántos votos diferentes pueden aparecer?
 - a) 4
 - b) 6
 - c) 12
 - d) 24
 - e) N.A.
3. Se tienen los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6 ¿Cuántos números de tres cifras podemos formar con ellos?
 - a) 6
 - b) 216
 - c) 300
 - d) 600
 - e) N.A.
4. Se tienen cinco sillas formadas en línea recta ¿De cuántas maneras se pueden sentar cinco alumnos?
 - a) 5
 - b) 10
 - c) 60
 - d) 120
 - e) N.A.

5. En un avión el piloto, el copiloto y el médico no pueden cambiar sus puestos. ¿De cuántas maneras pueden cambiar de lugar los 8 integrantes restantes de la tripulación?
- a) 40 300 b) 40 320 c) 40 340
d) 40 360 e) N.A.
6. ¿Cuántas ordenaciones distintas se pueden formar con las letras de la palabra ARITMÉTICA?
- a) 151 200 b) 151 100 c) 151000
d) 150 000 e) N.A.

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. ¿Cuántos pares ordenados se podrían formar con los elementos del conjunto $M = \{a, b, c, d\}$
- a) 2 b) 13 c) 6
d) 12 e) N.A.
2. Un club tiene 30 socios para la elección de un presidente, vicepresidente y un tesorero. ¿De cuántas maneras diferentes se puede llevar a cabo dicha reunión?
- a) 2400 b) 24360 c) 30
d) 33 e) N.A.
3. En una maratón organizada por la IEP "San Agustín" participan 50 estudiantes. ¿De cuántas formas podrán ser premiadas los tres primeros, si no hay empatas?
- a) 117 300 b) 117 400
c) 117 500 d) 117 600
e) N.A.
4. En una reunión de aula se va a elegir una comisión de aula. Asisten 20 padres. ¿De cuántas maneras se puede elegir a 5 personas para dicha comisión?
- a) 15 504 b) 15 503
c) 15 502 d) 15 501
e) N.A.
5. ¿De cuántas formas se pueden ordenar 8 libros en un estante con capacidad para 8 libros?
- a) 40 300 b) 40 310
c) 40 320 d) 40 333
e) N.A.

6. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 3 personas de a dos?
- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 6
7. ¿Cuántos temas ordenados de elementos diferentes se pueden formar con los elementos de $A = \{m, n, p, q\}$?
- a) 6 b) 12 c) 24
d) 48 e) N.A.
8. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar 3 adornos sobre una mesa, dos azules y una color rojo?
- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) N.A.
9. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar 2 bolas rojas, 3 bolas verdes y 4 bolas azules en una fila?
- a) 420 b) 430
c) 440 d) 450
e) N.A.
10. ¿Cuántas palabras adicionales con sentido o no, se pueden formar con las letras de la palabras ARITMÉTICA?
- a) 451 599 b) 452 599
c) 453 599 d) 454 599
e) N.A.

COMBINACIONES

Son diferentes grupos o subconjuntos que se pueden formar con una parte o todos los elementos de un conjunto determinado, teniendo en cuenta que al formarlos no interesa el orden de los elementos.

• COMBINACIONES SIN REPETICIÓN

Participan todos los elementos tomados de k en k elementos.

$$C_{n;k} = C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

EJEMPLO 1

Se tienen 5 candidatos, 2 deberán ser elegidos para una junta vecinal ¿De cuántas maneras diferentes podemos elegir a dicha junta?

$$C_{5;2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

Son 10 maneras de elegir a las dos personas para dicha junta

• **COMBINACIONES CON REPETICIÓN**

Participan todos los elementos tomados de k en k formados en k elementos iguales o distintos, considerando que dos agrupaciones son distintas cuando difieren en algún elemento.

$$CR_{n;k} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

EJEMPLO 2

Se tienen los dígitos 3; 5; 7 y 9 ¿Cuántos números con combinación binaria se pueden construir?

$$C_{4;2} = \frac{(4+2-1)!}{2!(4-1)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

Son 10 números de dos cifras:

33, 35, 37, 39, 55, 57, 59, 77, 79 y 99

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

- Entre Beto, Carla, Ana y Diego se debe elegir una comisión formada por 3 integrantes ¿Cuántas comisiones diferentes se pueden formar?
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - N.A.
- El número de combinaciones con repetición binaria del conjunto $A = \{m, n, p, q\}$ son:
 - 4
 - 8
 - 10
 - 12
 - N.A.
- Calcula: $C_3^5 - C_1^6 + C_2^4 \cdot x \cdot C_5^6$
 - 36
 - 40
 - 44
 - 48
 - N.A.
- Halla "x" en: $C_{x;2} - x = 9$
 - 6
 - 5
 - 4
 - 3
 - N.A.
- ¿Cómo se pueden distribuir tres monedas (de un sol, dos soles y cinco soles) en los bolsillos delanteros de un pantalón?
 - 7
 - 8
 - 9
 - 10
 - N.A.
- Se presenta un grupo conformado por 5 varones y 3 mujeres ¿Cuántas comisiones de 4 personas se pueden formar tomando en cuenta lo siguiente?
 - No hay restricción alguna
 - Deben haber al menos dos mujeres
 - Deben haber al menos dos varones

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

Calcula $C_2^7 + C_5^8 + 2C_{11;9}^x \times C_{4;1}$

- a) 440 b) 77 c) 517
d) 518 e) N.A.

Halla x; en $C_{x;4} = 35$

- a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) N.A.

Sea $A = \{a, b, c, d\}$. Escribe V si es verdadero o F si es falso

Las combinaciones binarias sin repetición son ab; ac; ad; bc; bd y cd ()

Las combinaciones terciarias sin repetición son: abc, abd, acd, aad y bcd ()

Las combinaciones monarias son a, b, c y d ()

- a) FFF b) VFV c) FVF
d) VVV e) N.A.

Sea el conjunto $M = \{m, n, p, q, r, s\}$

¿Cuántas combinaciones terciarias con repetición se pueden formar con las 6 letras del conjunto?

- a) 6 b) 12 c) 28
d) 56 e) N.A.

- ¿Cuántos grupos diferentes de 4 personas se pueden obtener en una dinámica grupal de 20 asistentes?
a) 4844 b) 4845
c) 4846 d) 4847
e) N.A.
- Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 ¿Cuántos número de 4 cifras diferentes se pueden escribir?
a) 820 b) 830 c) 840
d) 850 e) N.A.
- Entre 8 profesores, 30 alumnos de 4º B y 27 alumnos del 4º D se debe elegir una comisión formada por 2 profesores, 3 alumnos de 4º B y 3 alumnos de 4º D ¿Cuántas comisiones diferentes se pueden formar para ser elegidas?
a) 332 514 000
b) 332 513 000
c) 332 512 000
d) 332 511 000
e) N.A.
- De 7 hombres y 5 mujeres se van a formar grupos mixtos de 6 personas. ¿De cuántas maneras se podrán formar, si el grupo deberá integrar por lo menos una mujer?
a) 916 b) 917 c) 918
d) 919 e) N.A.

Sandro y Antonella son dos niños m

5. **uy observadores, empiezan a contar todos los apretones de manos que se dan los adultos, llegando a contar un total de 91 apretones de manos. ¿Cuántos adultos asistieron a dicha reunión y todos fueron igual a corteses?**
a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) N.A.
6. **¿De cuántas maneras se pueden seleccionar los sabores de un helado, su hay 7 sabores disponibles y se desea escoger por lo menos 3 sabores?**
a) 127 b) 119 c) 126
d) 99 e) 100