



TEORÍA DE LOS NÚMEROS PRIMOS

NUMEROS PRIMOS

Son aquellos números que tienen solamente dos divisores: *el mismo número y la unidad*

EJEMPLO 1

Tenemos los siguientes números primos

RESOLUCIÓN

1, 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; ...

NUMEROS COMPUESTOS

Aquellos que tienen más de dos divisores.

EJEMPLO 2

Tenemos los siguientes números compuestos

RESOLUCIÓN

- 10 : {1;2;5;10}
- 21 : {1;3;7;21}
- 144 : {1;2;3;4;6;9;12;16;24;36;48;72;144}

NUMEROS PRIMOS ENTRE SI (PESI)

Varios números son PESI cuando tienen como único divisor común la unidad.

EJEMPLO 3

Tenemos los siguientes números primos

RESOLUCIÓN

- 10 : {1;2;5;10}
- 21 : {1;3;7;21}

Entonces 10 y 21 son Pesí.

EJEMPLO 4

Tenemos los siguientes números primos

RESOLUCIÓN

- 12 : {1;2;3;4;6;12}
- 20 : {1;2;5;10;20}
- 33 : {1;3;11}

Entonces 12; 20 y 33 son Pesí.

PROPIEDADES

1. La serie de los números primos es ilimitada.
1, 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; ...
2. No existe fórmula para calcular mediante su aplicación cualquier número primo. Las que existen son parciales.
3. Si dos números son consecutivos entonces son PESI.
Por ejemplo 23 y 24
4. Cualquier número primo mayor que 3 es múltiplo de:

$$6 + 1 \quad \text{ó} \quad 6 - 1$$

Lo inverso no se cumple.

Por ejemplo:

$$37 = 6 + 1 \quad \dots \text{Es un número primo}$$

$$25 = 6 + 1 \quad \dots \text{Es un número NO primo}$$

5. No existe fórmula para calcular mediante su aplicación cualquier número primo. Las que existen son parciales.

REGLA PRÁCTICA PARA DETERMINAR SI UN NÚMERO ES PRIMO

Basta verificar que el número no sea múltiplo de algún primo menor que su raíz cuadrada.

EJEMPLO 5

Verificar si 239 es un número primo

RESOLUCIÓN

- Extraemos la raíz cuadrada a 239 $\sqrt{239} = 15, \dots$
- Verificamos si 239 es múltiplo de 2;3;5;7;11;13
- Luego concluimos que 239 SI es primo.

DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Todo número puede ser expresado como un producto de potencias de sus factores primos. A ésta descomposición se le conoce también como el TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

EJEMPLO 6

Tenemos los siguientes números.

RESOLUCIÓN

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

ANÁLISIS DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Dado el número compuesto.

$$N = A^\alpha \cdot B^\beta \cdot C^\theta$$

CANTIDAD DE DIVISORES

$$D_{(n)} = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)$$

EJEMPLO 7

Hallar la cantidad de divisores de 4200

RESOLUCIÓN

- Expresamos 4200 como el producto de sus factores primos:
 $4\ 200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$

- Hallamos la cantidad de divisores de 4200

$$D_{(4\ 200)} = (3+1)(1+1)(2+1)(1+1)$$

$$= (4)(2)(3)(2)$$

$$D_{(4\ 200)} = 48$$

- 4 200 tiene 48 divisores

SUMA DE DIVISORES

$$SD_{(n)} = \left(\frac{A^{\alpha+1} - 1}{A - 1} \right) \left(\frac{B^{\beta+1} - 1}{B - 1} \right) \left(\frac{C^{\theta+1} - 1}{C - 1} \right)$$

EJEMPLO 8

Hallar la suma de los divisores de 4200

RESOLUCIÓN

- Expresamos 4200 como el producto de sus factores primos:

$$4\ 200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

- Hallamos la suma de divisores de 4200

$$SD_{(4200)} = \left(\frac{2^{3+1} - 1}{2 - 1} \right) \left(\frac{3^{1+1} - 1}{3 - 1} \right) \left(\frac{5^{2+1} - 1}{5 - 1} \right) \left(\frac{7^{1+1} - 1}{7 - 1} \right)$$

$$SD_{(4200)} = \left(\frac{16 - 1}{1} \right) \left(\frac{9 - 1}{2} \right) \left(\frac{125 - 1}{4} \right) \left(\frac{49 - 1}{6} \right)$$

$$SD_{(4200)} = (15)(4)(31)(8)$$

$$SD_{(4200)} = 14880$$

- Los divisores de 4 200 suman 14 880.

PROPONGO UN PROBLEMA

EJEMPLO 9

RESOLUCIÓN

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Hacer un listado con los números primos menores de 100
2. Verificar si el número 371 es un número primo
3. Descomponer canónicamente 1 260 y 1 800
4. Calcular los divisores de 2 520
5. Calcular la suma de los divisores de 360
6. Calcular la suma de los divisores de 1 500 que sean múltiplos de 5 pero no de 4

REFORZANDO MIS

CAPACIDADES

1. Hacer un listado con los números primos mayores que 100 pero menores de 150
2. Verificar si el número 919 es un número primo
3. Verificar si el número 853
4. Descomponer canónicamente 1 001
5. Descomponer canónicamente 345 345
6. Calcular los divisores de 180

7. Calcular los divisores de 1 000
8. Calcular la suma de los divisores de 240
9. Calcular la suma de divisores de 14 400
10. Hallar un número primo mayor que 3 tal que su cuadrado, disminuido en la unidad, dividido por 8, da por cociente un número primo.
 - (a) 13
 - (b) 11
 - (c) 5
 - (d) 7
 - (e) 17