



## TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

Es parte de la teoría de los números la cual se encarga del estudio de las condiciones que debe cumplir un número para ser dividido exactamente por otro entero positivo llamado módulo, como también de las aplicaciones que se generan.

### DIVISIBILIDAD

Un número entero es divisible por otro entero positivo si al dividir el primero entre el segundo, la división entera es exacta.

#### EJEMPLO 1 Dividir 57 entre 19

$$\begin{array}{r} 57 \quad 19 \\ 0 \quad 3 \end{array}$$

57 es divisible por 19

19 es divisor de 57

#### EJEMPLO 2 Dividir -57 entre 19

$$\begin{array}{r} -57 \quad 19 \\ 0 \quad -3 \end{array}$$

-57 es divisible por 19

19 es divisor de -57

### DE MANERA GENERAL

Sean los números A, B y k

donde:  $A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}^+ \wedge k \in \mathbb{Z}$

$$\begin{array}{r} A \quad B \\ 0 \quad k \end{array}$$

A es divisible por B

B es divisor de A

### MULTIPLICIDAD

Un número entero es múltiplo de otro entero positivo (módulo) si podemos obtener dicho entero al multiplicar el módulo por cualquier otro entero.

#### EJEMPLO 3

Verificar si los siguientes números

- 15 es múltiplo de 5 porque  $5 \times 3 = 15$
- -20 es múltiplo de 2 porque  $2 \times (-10) = -20$
- 52 es múltiplo de 13 porque  $13 \times 4 = 52$
- 0 es múltiplo de 17 porque  $17 \times 0 = 0$

### DE MANERA GENERAL

Sean los números A, B y k

donde:  $A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}^+ \wedge k \in \mathbb{Z}$

$$A = B \cdot k$$

Se denota como:  $A = B \cdot k$

Se lee: "A es múltiplo de B"

"B es factor de A"

## PROPIEDADES DE LA DIVISIBILIDAD Y DE LA MULTIPLICIDAD OPERACIONES ENTRE MÚLTIPLOS

$$\begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \\ n + n & = & n \end{array}$$

### EJEMPLO 4

Verificar la multiplicidad al sumar  $42 + 14$

$$42 + 14 = 56$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \\ 7 + 7 & = & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \\ n - n & = & n \end{array}$$

### EJEMPLO 5

Verificar la multiplicidad al restar  $45 - 18$

$$45 - 18 = 9$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \\ 9 + 9 & = & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & & \circ \\ n \times K & = & n \end{array}$$

### EJEMPLO 6

Verificar la multiplicidad en  $22 \times 3 = 66$

$$22 \times 3 = 66$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & & \circ \\ 11 \times 3 & = & 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & K & \circ \\ n & = & n \end{array}$$

### EJEMPLO 7

Verificar la multiplicidad en  $27^5$

$$27^5 = 9$$

$$\begin{array}{ccc} \circ & & \circ \\ (3)^5 & = & 3 \end{array}$$

## LOS NÚMEROS NO MÚLTIPLOS

### • PARA UNA DIVISIÓN INEXACTA POR DEFECTO

$$D \quad d \quad D = d \times qd + rd$$

$$rd \quad qd$$

$$D = d + rd \quad rd \text{ es residuo por defecto}$$

### EJEMPLO 8

Verificar la multiplicidad al dividir 31 entre 7 por defecto

$$31 \quad 7$$

$$3 \quad 4$$

$$31 = 7 + 3$$

### • PARA UNA DIVISIÓN INEXACTA POR EXCESO

$$D \quad d \quad D = d \times qe + re$$

$$re \quad qe$$

$$D = d - re \quad re \text{ es residuo por defecto}$$

**EJEMPLO 9**

Verificar la multiplicidad al dividir 31 entre 7 por exceso

$$31 \overset{\circ}{=} 7 \cdot 4 + 3$$

$$4 \quad 5$$

$$31 \overset{\circ}{=} 7 \cdot 4 + 3$$

**PROPIEDAD DE ARQUÍMEDES**

$$\text{Sea } A \times B = K$$

Donde A y K no tienen factor común

$$\text{Entonces: } \overset{\circ}{B} = K$$

**EJEMPLO 10**

Verificar la multiplicidad aplicando la propiedad de Arquímedes en  $25 \times A = 8$

$$25 \times A = 8 \text{ entonces } A = \frac{8}{25}$$

**PROPIEDADES PARTICULARES**

$$\begin{aligned} N &= a \cdot b \\ \text{entonces } N &= a \times b \\ N &= b \end{aligned}$$

**EJEMPLO 11**

Verificar la multiplicidad

$$N = 8 \text{ entonces } N = 56$$

$$N = 7$$

**EJEMPLO 12**

Verificar la multiplicidad

$$N = 4 + 2 \text{ entonces } N = 20 + 2$$

$$N = 5 + 2$$

**APLICACIÓN DEL BINOMIO DE NEWTON A LA CONTABILIDAD**

$$(a + b)^n = a^n + b^n$$

PARA n IMPAR

$$(a - b)^n = a^n - b^n$$

PARA n PAR

$$(a - b)^n = a^n + b^n$$

**EJEMPLO 12**

Verificar la multiplicidad

$$\bullet (49 + 2)^{50} = 49^{50} + 2^{50}$$

$$\bullet (81 - 5)^{73} = 81^{73} - 5^{73}$$

$$\bullet (37 - 8)^{26} = 37^{26} + 8^{26}$$

## CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcular la suma de los 15 primeros múltiplos de 12

- a) 1340                      b) 1440                      c) 1540  
d) 1640                      e) N.A.

2. ¿Cuántos números octales de 3 cifras son múltiplos de 10?

- a) 40                          b) 45                          c) 50  
d) 55                          e) N.A.

3. ¿Cuántos números  $\mathbb{Z}^+$  menores o iguales que 100 son múltiplos de 5?

- a) 10                          b) 15                          c) 20  
d) 25                          e) N.A.

4. ¿Cuántos números de la secuencia 70; 71; 72; 73; ... ; 700 son múltiplos de 3

- $\binom{0}{3}$ ?  
a) 205                          b) 210                          c) 215  
d) 220                          e) N.A.

5. ¿Cuántos números entre 2000 y 5000 existen que al ser divididos entre 6 y 11 den como residuos 3 y 8 respectivamente?

- a) 44                          b) 43                          c) 45  
d) 46                          e) N.A.

6. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 4 pero no de 7?

- a) 190                          b) 191                          c) 192  
d) 193                          e) N.A.

## REFORZANDO

### MIS CAPACIDADES

1. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 13?

- a) 63                          b) 65                          c) 67  
d) 69                          e) N.A.

2. ¿Cuántos números  $\mathbb{Z}^+$  menores o iguales que 100 son múltiplos de 7?

- a) 14                          b) 20                          c) 30  
d) 40                          e) N.A.

3. ¿Cuántos números  $\mathbb{Z}^+$  menores o iguales que 100 son múltiplos de 9?

- a) 13                          b) 14                          c) 15  
d) 16                          e) N.A.

4. De los números siguientes:

70; 71; 72; 73; ...; 700 ¿Cuántos números de la secuencia son  $\binom{0}{5}$ ?

- a) 127                          b) 128                          c) 129  
d) 130                          e) N.A.

5. De los números siguientes: 70; 71; 72; 73; ...; 700 ¿Cuántos números de la secuencia son  $\binom{0}{7}$ ?

- a) 89                          b) 90                          c) 91  
d) 92                          e) N.A.

6. ¿Cuál es la suma de las cifras que deben sustituir a 2 y 7 del número 52103 para que la sea divisible por 72?

- a) 16                      b) 15                      c) 14  
d) 13                      e) 12

Si al cuadrado de un número de dos dígitos se le resta el cuadrado del número con los dos números invertidos, el resultado es siempre divisible por:

- a) El producto de los dígitos  
b) El cuadrado de cada dígito  
c) La suma de los cuadrados de los dígitos  
d) La diferencias de los dígitos  
e) Los múltiplos de 7

8. La distancia entre dos ciudades está comprendida entre 1300 y 1500 km. Un avión empleó 3h 40' de ida y 4h 45' de regreso con velocidades constantes y expresados con números enteros de  $\frac{km}{h}$ . Determinar dicha distancia.

- a) 1460                      b) 1461                      c) 1462  
d) 1463                      e) N.A.

9. Los divisores primos de un entero positivo N son 2 y 3, el número es 12 y el número de su raíz cuadrada es 12 y el número de divisores de su cuadrado es 117. Hallar el menor valor de N.

- a) 5148                      b) 5814                      c) 5184  
d) 5841                      e) 4854

10. Calcule cuántos números de 3 cifras de la base son múltiplos de 8

- a) 20                      b) 21                      c) 22  
d) 23                      e) N.A.