



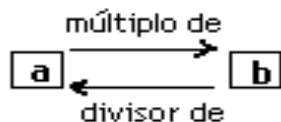
TEORIA DE NÚMEROS

Múltiplos y divisores

Dado dos números naturales a y b para comprobar si un número a es múltiplo de otro b , se divide a entre b . Si la división es exacta, a es múltiplo de b , y b es divisor o factor de a .

Simbólicamente: $a \underset{\text{o } n}{\mid} b \Rightarrow a = n \cdot b \wedge (a = b \mid a)$

$a = \overset{\circ}{b}$, se lee a es múltiplo de b .



Ejemplos:

a) Carlos ha comprado 60 manzanas, ¿puede colocarlos en envases de 12 manzanas?

Solución:

Dividiendo: $60 : 12 = 5 \Leftrightarrow 60 = 12 \cdot 5$

\therefore 60 es múltiplo de 12 y 12 es divisor de 60

Finalmente: $60 = 12 \cdot 5$ ó $12 \mid 60$

$60 : 12$, es una división exacta, entonces

$$60 = \overset{0}{12}$$

b) $36 : 9$, es una división exacta, entonces

$$36 = \overset{0}{9}$$

c) $3 : 3$, es una división exacta, entonces

$$3 = \overset{0}{3}$$

- **Propiedades de los múltiplos y divisores.**

1. El cero es múltiplo de todo número natural distinto de cero. O también cualquier número distinto de cero es divisor de cero.

Simbólicamente: $n \in \mathbb{N}, 0 = n \cdot 0$

Ejemplos:

$0 = \overset{0}{7}$, se lee cero es múltiplo de 7

$0 = \overset{0}{36}$, se lee cero es múltiplo de 36

2. Todo número es múltiplo de 1. O también 1 es divisor de todo número.

Simbólicamente: $n \in \mathbb{N}, n = 1$

Ejemplos: \circ

$34 = \overset{\circ}{1}$, se lee 34 es múltiplo de 1

$33 = \overset{\circ}{1}$, se lee 33 es múltiplo de 1

3. Todo número natural distinto de cero es múltiplo de si mismo. O también todo número distinto de cero es divisible entre si mismo.

Simbólicamente: $\forall n \in \mathbb{N}, n = \overset{\circ}{n}$

Ejemplos:

$56 = \overset{\circ}{56}$, se lee 56 es múltiplo de 56

$23 = \overset{\circ}{23}$, se lee 23 es múltiplo de 23

- Conjunto de múltiplos y de divisores
 - Sea $a \in \mathbb{N}$, los elementos del conjunto de múltiplos de a , $M_{(a)}$, se halla multiplicando este número por cada uno de los números naturales.

Ejemplos:

$M_{(24)} = \{0; 24; 48; 72; 96; 120; \dots\}$

$M_{(12)} = \{0; 12; 24; 36; 48; \dots\}$

- Los elementos del conjunto de los divisores de un número a , $D_{(a)}$ se hallan dividiendo este número entre los números naturales que lo dividen exactamente.

Ejemplos:

$24:24; 24:12; 24:8; 24:6; 24:4; 24:3; 24:2; 24:1$

$D_{(24)} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$

$12:12; 12:6; 12:4; 12:3; 12:2; 12:1$

$D_{(12)} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

- Múltiplos y divisores comunes
 - Sean $a, b \in \mathbb{N}$, los elementos del conjunto de múltiplos comunes de a y b , $M_{(a,b)}$, son los elementos que pertenecen a $M_{(a)} \cap M_{(b)}$.

Ejemplos:

$M_{(6)} = \{0; 6; 12; 18; 24; 30; \dots\}$

$M_{(4)} = \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; \dots\}$

Entonces $M_{(6,4)} = \{0; 12; 24; \dots\}$

➤ Sean $a, b \in \mathbb{N}$, los elementos del conjunto de divisores comunes de a y b , $D_{(a,b)}$, son aquellos que pertenecen a $D_{(a)} \cap D_{(b)}$.

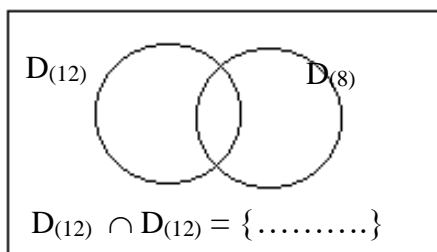
Ejemplos:

$$D_{(6)} = \{1; 2; 3; 6\}$$

$$D_{(4)} = \{1; 2; 4\}$$

$$D_{(6,4)} = \{1; 2\}$$

Analiza y completa:



- Criterios de divisibilidad

Divisibilidad por:	Características	Ejemplos
2	Última cifra es múltiplo de 2.	756
4	Últimas dos cifras forman un múltiplo de 4	1456
3	Suma de sus cifras es múltiplo de 3.	453
9	Suma de sus cifras es múltiplo de 9	873
5	Última cifra es 0 ó 5.	735
25	Últimas dos cifras forman un múltiplo de 25.	3760
10	Última cifra es cero	250
100	Últimas dos cifras son ceros	2700
6	Es divisible por 2 y 3	762
11	Si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan el lugar impar. Y la suma de las cifras que ocupan el lugar par da cero o 11.	8096 19316

CONSTRUYENDO**MIS CONOCIMIENTOS**

1. Escribe entre los paréntesis V o F según la afirmación:

- a) 100 es múltiplo de 50 ()
- b) 200 es múltiplo de 20 ()
- c) 0 no es divisor de 380 ()
- d) 0 es múltiplo de 400 ()
- e) 4 998 no es múltiplo de 17 ()

2. Subraya las afirmaciones verdaderas:

- a) $56 = \overset{\circ}{7}$
- b) $1 = \overset{\circ}{20}$
- c) $60 = \overset{\circ}{0}$
- d) $64 = \overset{\circ}{64}$
- e) $\overset{\circ}{6} + \overset{\circ}{6} = \overset{\circ}{6}$
- f) $\overset{\circ}{5} + 1 = \overset{\circ}{6}$
- g) $8 + 8 = \overset{\circ}{8}$
- h) $26 = \overset{\circ}{5} + 1$
- i) $2 \times 8 = \overset{\circ}{4}$
- j) $1962 - 195 = \overset{\circ}{3}$

3. Determina por extensión los siguientes conjuntos:

- a) $M_{(3,,6)}$
- b) $M_{(5,7)}$
- c) $M_{(6,8)}$
- d) $M_{(3,4,5)}$
- e) $M_{(6,8,10)}$

4. Determina por extensión los siguientes conjuntos y grafica mediante el diagrama de Venn

- a. $D_{(8,12)}$
- b. $D_{(15,17)}$
- c. $D_{(24,45)}$
- d. $D_{(24,48,72)}$

5. Queremos llenar cuatro cilindros de capacidades 72; 24; 56 y 120 galones respectivamente ¿Cuál es la máxima capacidad del balde que puede usarse para llenarlos exactamente?

6. Se tiene tres depósitos con 270; 240 y 180 litros de aceite. Para transportar, se manda fabricar el mínimo número de envases iguales para envasar el aceite sin que sobre en los depósitos y sin que se mezclen los aceites. Hallar el número de envases y la capacidad de cada uno.
7. Escribe 4 números divisibles por 3.
8. Escribe 4 números divisibles por 6
9. Escribe 4 números divisibles por 9
10. Escribe 4 números divisibles por 25

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Escribe entre los paréntesis V o F, según la afirmación
 - a) 300 es múltiplo de 10 ()
 - b) 500 es múltiplo de 8 ()
 - c) 0 es múltiplo de 140 ()
 - d) 0 es divisor de 120 ()
2. Subraya las afirmaciones verdaderas
 - a) $144 = \overset{o}{12}$
 - b) $30 = \overset{o}{3}$
 - c) $1 = \overset{o}{45}$
 - d) $37 = \overset{o}{6} + 1$
 - e) $3 \times 6 = \overset{o}{9}$
3. Determina por extensión los tres primeros múltiplos comunes de:
 - a) $M_{(2;6)}$
 - b) $M_{(3;8)}$
 - c) $M_{(2;3 \text{ y } 5)}$
 - d) $M_{(4, 5 \text{ y } 6)}$
4. Determina por extensión los siguientes conjuntos y gráfica:
 - a) $D_{(24,36)}$
 - b) $D_{(15,18)}$
 - c) $D_{(33,51;115)}$
 - d) $D_{(8,12,18)}$

ARITMETICA

5. ¿Cuántos números de dos cifras siguen siendo primos al invertir el orden de sus cifras?
6. Tengo tres listones de madera de 18; 24 y 30 metros respectivamente. Necesitamos cortarlos en pedazos iguales de la mayor longitud posible. ¿De qué longitud debo cortarlo?
7. Escribe 4 números divisibles por: 3; 4; 5; 6 y 9.
8. De los siguientes números, ¿Cuáles son divisibles por 4?
96; 136; 864; 1588; 3802; 26 376