



### TEARÍA DE CONJUNTOS

#### CONJUNTO

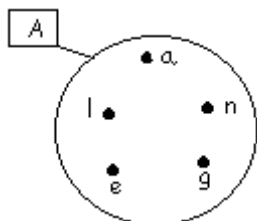
Un conjunto es una colección o agrupación bien definida de objetos o entes. Todo conjunto se denota por letras mayúsculas **A, B, C, D, .....** etc. Y sus elementos por letras minúsculas separadas por puntos y comas y entre llaves.

Ejemplo: El conjunto formado por las letras de la palabra ángel. Este conjunto se puede representar "**entre Llaves**" o utilizando un "**diagrama de Venn**"

#### Representación entre llaves

$$A = \{a;n;g;e;l\}$$

#### Representación con un diagrama de Venn



- El símbolo empleado para expresar que un elemento pertenece a un conjunto es:  $\in$ .

Ejemplo

$$P = \{1;3;5;7\}$$

$\downarrow$   
 $\rightarrow 5 \in P$

- \* El símbolo utilizado para expresar que un elemento "no pertenece" a un conjunto es:  $\notin$

Ejemplo:

$$R = \{2;4;6;8\}$$

$\downarrow$   
 $\rightarrow 5 \notin R$

• **Determinación de un conjunto:**

Determinar un conjunto significa indicar cuales son sus elementos. Existen dos formas de indicar los elementos de un conjunto. **Por extensión y por comprensión.**

○ **Por extensión**

Se dice que un conjunto está determinado por extensión cuando se indica uno a uno sus elementos separándolos por puntos y comas.

**Ejemplos:**

$$M = \{ \text{lunes; martes; miércoles; jueves;}$$

$$\text{Viernes; sábado; domingo} \}$$

$$N = \{ -2; -1; 0; 2; 3; 4 \}$$

$$P = \{ 16; 25; 36; 49; 64; 81; \dots; 100 \}$$

○ **Por comprensión**

Se dice que un conjunto está determinado por comprensión cuando se indica una característica o propiedad común a todos los elementos.

Ejemplo:

$$M = \{ x/x \text{ es un día de la semana} \}$$

$$N = \{ x \in Z / -2 \leq x < 5 \}$$

$$P = \{ x^2 / x \in N \wedge 3 < x \leq 10 \}$$

• **CLASES DE CONJUNTO POR EL NUMERO DE ELEMENTOS**

**1. Conjunto vacío o Nulo**

Es aquel que no tiene elementos, se denota por la letra griega "Ø" (se lee: fi), también se denota por: { }

Ejemplos :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \{ x/x \text{ es un virrey actual del Perú} \} \\ A = \emptyset \quad \text{ó} \quad A = \{ \} \end{array} \right.$$

**Es vacío por que no existe virrey actualmente en el Perú.**

2.  $\left. \begin{array}{l} B = \{ y/y \text{ es un número entero} \} \end{array} \right\} \text{comprendido entre 12 y 13.}$

$$B. = \emptyset \quad \text{ó} \quad B = \{ \}$$

Es vacío porque no existe número entero entre 12 y 13.

**2. Conjunto unitario**

Es aquel que tiene uno y sólo un elemento.

Ejemplos:

$$1. \left\{ E = \{ x \in \mathbb{N} / 5 < x < 7 \} \right.$$

$$E = \{ 6 \}$$

**Significa que "x" es mayor que 5, pero menor que 7; siendo : x = 6.**

$$2. \left\{ \begin{array}{l} F = \{ x/x \} = 8 \\ F = \{ 8 \} \end{array} \right.$$

$$3. \left\{ \begin{array}{l} L = \{ x/x \text{ es la capital de } \} \text{ Perú} \\ L = \text{Lima} \end{array} \right.$$

**3. Conjunto finito**

Es aquel que tiene una cantidad determinada de elementos.

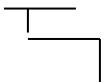
Ejemplos:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \{ 2, 3, 7, 8, 9 \} \text{ } 12 \\ Q = \{ x/x \text{ es una letra del abecedario} \} \end{array} \right.$$

**4. Conjunto infinito**

Es aquel que tiene una cantidad ilimitada de elementos y cuyo último elemento no se puede señalar.

Ejemplos

$$R = \{ 1, 2, 3, 4, 5... \}$$


Los puntos suspensivos significan que siguen los elementos y como la numeración es ilimitada, R es un conjunto infinito.

$$S = \{ x/x \text{ es una estrella del firmamento} \}$$

Nota:

En la matemática moderna se utiliza una serie de nuevos símbolos tomados de la lógica formal o lógica matemática y que iremos aplicándolos gradualmente. Recordar siempre que los símbolos son abreviaturas de expresiones matemáticas bien definidas.

Símbolo Lógico	Se lee
$\Rightarrow$	"Entonces"
$\Leftrightarrow$	"Si y solo si"
$\forall$	"Para todo"
$\wedge$	"y"
$\vee$	"o"

Ejemplo:

$$A = \{x/x \text{ es un número natural } < 7\}$$

Luego, diremos que:

$$1 \text{ es un número natural menor que } 7 \Rightarrow 1 \in A$$

$$2 \text{ es un numero natural menor que } 7 \Rightarrow 2 \in A$$

### 5. Conjuntos iguales

Un conjunto "A" es igual a un conjunto "B", si es que ambos conjuntos tienen los mismos elementos.

Es decir:

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo 1

$$\left. \begin{array}{l} A = \{3, 5, 8\} \\ B = \{8, 5, 3\} \end{array} \right\} A = B$$

Los dos conjuntos A y B si son iguales pues tienen los mismos elementos; entonces;

$A \subset B$  ("A" está contenido en "B") y

$B \subset A$  ("B" está contenido en "A")

**Ejemplo 2**

El conjunto  $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 6\}$  es igual al conjunto

$$B = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x \leq 5\}?$$

**Resolución:**

Del conjunto "A"

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 6\}; \text{ "x"}$$

toma los valores de 3, 4 y 5.

$$A = \{3, 4, 5\} \Leftarrow 2 < x < 6; \text{ significa que "x" es mayor que 2; pero menor que 6.}$$

Del conjunto "B":  $B = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x \leq 5\}$ ; toma los valores de 3, 4 y 5.

$$B = \{3, 4, 5\} \Leftarrow 3 \leq x \leq 5; \text{ significa que "x" es mayor o igual que 3; pero menor o igual que 5.}$$

Luego:

Los conjuntos A y B son iguales ( $A = B$ )

**Ejemplo 3**

El conjunto  $S = \{x \in \mathbb{N} / 4 \leq x < 8\}$ ; es igual al conjunto

$$R = \{x \in \mathbb{N} / 3 < x < 7\}?$$

**Resolución:**

Del conjunto "S"

$$S = \{x \in \mathbb{N} / 4 \leq x < 8\}; \text{ toma los valores de 4, 5, 6 y 7}$$

$$S = \{4, 5, 6, 7\} \Leftarrow 4 \leq x < 8; \text{ significa que "x" es mayor o igual que 4, pero menor que 8.}$$

Del conjunto "R"

$$R = \{x \in \mathbb{N} / 3 < x < 7\}; \text{ "x" toma los valores de 4, 5 y 6.}$$

$$R = \{4, 5, 6\} \Leftarrow 3 < x < 7; \text{ significa que "x" es mayor que 3, pero menor que 7.}$$

Luego:

Los conjuntos S y R no son iguales ( $S \neq R$ )

### 5. Conjunto Disjuntos:

Son aquellos conjuntos, que no tienen ningún elemento común.

#### Ejemplo 1

Sea:  $A = \{x/x \text{ es un hombre americano}\}$

$B = \{x/x \text{ es un hombre Europeo}\}$

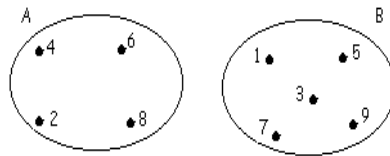
#### Ejemplo 2

Sean los conjuntos:

$A = \{2, 4, 6, 8\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ; A y B son disjuntos; pues no tienen ningún elemento en común.

Usando los diagramas de Venn – Euler, se tiene:



### 6. Conjunto Universal ( $\cup$ )

Es el conjunto que contiene, comprende ó dentro del cual está todos los demás conjuntos; se simboliza por la letra U y gráficamente se le representa mediante un rectángulo en cuyo vértice (uno cualquiera) se coloca la letra U.

El conjunto de libros de una biblioteca, puede ser un ejemplo de conjunto Universal, sus elementos serán cada uno de los libros de los que consta. El marco de referencia es relativo, de modo que podemos referir com conjunto Universal por ejemplo al conjunto de bibliotecas de la ciudad.



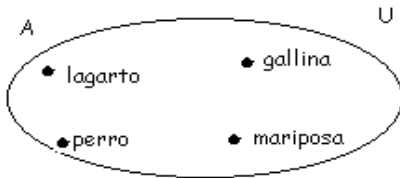
Ejemplo:

Sea el conjunto:

$$A = \{ \text{gallina, perro, lagarto, mariposa} \}$$

Su universo o conjunto Universal será:

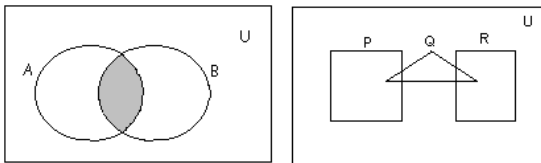
$$U = \{ \text{Todos los seres animales} \}$$



## REPRESENTACIÓN GRAFICA DE UN CONJUNTO

### A. Diagrama de Venn Euler

Consiste en representar el conjunto Universal mediante un rectángulo y los otros mediante círculos, triángulos o cualquier figura plana.



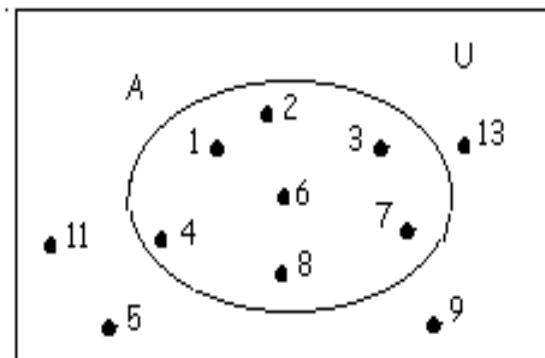
Ejemplo: Representar gráficamente

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$$

$$9 \notin A; 5 \notin A$$

$$11 \notin A; 13 \notin A$$

Gráficamente :




**B. Diagrama Lineales:**

Sirven para representar las relaciones e inclusión de 2 ó mas conjuntos. Se representa por medio de segmentos verticales.

Ejemplo 1

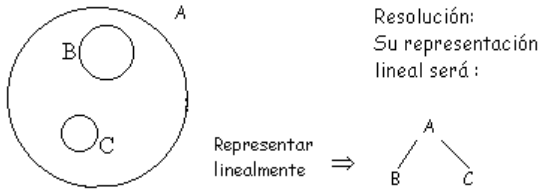
$$S = \{a, b, c, d, e\} \quad T \text{ está incluido en } S$$

$$T = \{b, c\}$$

Al utilizar los diagramas lineales tendremos: 

Ejemplo 2

Si se tiene el gráfico:



**CONSTRUYENDO  
MIS CONOCIMIENTOS**

**A. Sobre determinación de un conjunto**

Expresar cada uno de los siguientes conjuntos por extensión:

Ejercicio 1

$$A = \{x \in \mathbb{IN} / 2 \leq x < 7\}$$

Rpta.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

**Ejercicio 2**

$$B = \{(2x - 1) / x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 3\}$$

Rpta.  $B = \{-1; 1; 3; 5\}$

**Ejercicio 3**

$$M = \{x^2 - 4 / x \in \mathbb{Z} \wedge -3 < x \leq 3\}$$

Rpta.  $M = \{0; -3; 4; 5\}$

**Ejercicio 4**

$$P = \left\{ \frac{x}{x+1} / x \in \mathbb{N} \wedge 6 < x < 12 \right\}$$

**Ejercicio 5**

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 36\}$$

Rpta.  $A = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$

**Ejercicio 6**

$$B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 13 \wedge 15 < x < 95\}$$

Rpta.  $B = \{26; 39; 52; 65; 78; 91\}$

**REFORZANDO**

**MIS CAPACIDADES**

**Ejercicio 1**

Determinar por extensión el siguiente conjunto:

$$A = \{x^2 - 3 / x \in \mathbb{N} \wedge 2 \leq x < 6\}$$

Rpta.  $A = \{1; 6; 13; 22\}$

Ejercicio 2

Se tiene el conjunto A.

$$A = \{x^3 - x / x \in \mathbb{N} \wedge 2 \leq x \leq 5\}$$

Hallar la suma de los elementos del conjunto A.

Rpta. 210

**Ejercicio 3**

Determinar por extensión el siguiente conjunto:

$$M = \{x^2 + 4 / x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 4\}$$

Rpta.  $\{4; 5; 8; 13; 20\}$

**Ejercicio 4**

Si:  $B = \{(x^3 - 2) \in \mathbb{IN} \wedge x < 5\}$

Hallar:  $n(B)$

Rpta.  $n(B)=3$

**Ejercicio 5**

Dado el conjunto:

$$A = \{2; 3; \{4\}; \{5; 6\}\}$$

Decir si las proposiciones son verdaderas o falsas.

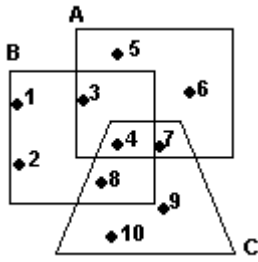
a)  $\{2\} \subset A$     b)  $\{4\} \in A$  c)  $2,3 \in A$

d)  $\{\{5; 6\}\} \subset A$

Rpta. VVV

**Ejercicio 6**

De acuerdo al diagrama, decir cuáles son los elementos de los conjuntos A; B y C.



Resolución:

$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$C = \{ \quad \quad \quad \}$$

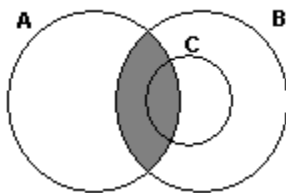
Rpta.

**Ejercicio 7**

Dado los conjuntos:

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{2; 3; 4; 5\} \quad \wedge \quad C = \{3; 4\}$$

Decir qué elemento se encuentra en la parte achurada (sombreada)



Ejercicio 8

Hallar:  $2x^2 + y$ ; sabiendo que:

$$A = \{2x+y; 2y-x; 3x-6\} \text{ es un conjunto unitario.}$$

Rpta.  $2x^2 + y = 9$

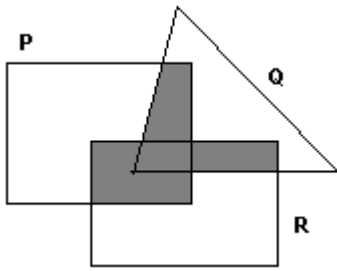
**Ejercicio 9**

Dado los conjuntos:

$$P = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \quad Q = \{3; 6; 7; 8; 9\}$$

$$\wedge R = \{4; 5; 6; 7; 10\}$$

Decir qué elemento se encuentra en la parte achurada (sombreada)



**Ejercicios 10**

Determinar cuántos elementos tiene cada uno de los siguientes conjuntos.

- a)  $P(A) = 4^5$  subconjuntos
- b)  $P(B) = 16^3$  subconjuntos

Rpta. 10 y 12

# RAZONAMIENTO MATEMATICO