TEORIA DE CONJUNTOS

Su nombre completo es Georg Ferdinand Ludwig Phillip Cantor, nació en Rusia en la ciudad de San Petersburgo, dedicó toda su vida a la matemática pura, por la que sintió una fuerte atracción, sin embargo, su padre quería que fuere ingeniero.

Georg Cantor en el último cuatro de siglo XIX revoluciona el mundo matemático, creó una nueva disciplina matemática, cual es la Teoría de Conjuntos (1874 – 1897). Su obra fue admirada y condenada simultáneamente por sus contemporáneos. En su maestro Leopold Kronecker (1823-1891) provocó una reacción negativa, cuyas críticas llegaron a afectar la salud mental de Cantor, terminando los últimos días de su vida en un hospital siquiátrico, pues comenzó a sufrir crisis maníaco-depresiva cada vez más fuertes hasta finalmente morir.

Los debates en el seno de la Teoría de Conjuntos han sido siempre apasionados; según Cantor, un conjunto es "una colección en un todo de determinados y distintos objetos de nuestra percepción o de nuestro pensamiento, llamados los elementos del conjunto" Gottlob Frege, un lógico matemático alemán, uno de los admiradores de la nueva teoría de Cantor, dio una definición de conjunto similar. Sin embargo, aparece Bertrand Russell (1872-1970), que en 1903 demostraría que la Teoría de Conjuntos de Cantor era inconsistente y cuestionaría la definición de conjunto en la teoría de Cantor. Algún tiempo después, David Hilbert dijo: "Del Paraíso que nos ha creado Cantor nadie nos echará"; el propio Russell rectificó su inicial desaprobación diciendo que el descubrimiento de Cantor es "probablemente el más importante que la época puede ostentar".

La teoría axiomática de Sérmelo (1908) y los refinamientos de ésta efectuados por Fraenkel (1922), Skolen (1923), Von Neuman (1925) y otros destacados matemáticos sentaron las bases para la teoría de conjuntos actual.

¿Quién fue Bertrand Russell?
Su nombre completo es Bertrand Arthur William Russell, nació en Gran Bretaña, sobresalió como filósofo, historiador, sociólogo, matemático y ensayista. Su formación discurre en Cambridge, donde más tarde impartiría clases. Trabajó como profesor en las universidades de Pekín y de Estados Unidos. En un primer momento su filosofía parte de las Matemáticas. Entre 1910 y 1913 escribe "Principia Matemática", su obra más importante, llamada por unos "la obra maestra de la lógica matemática", y por otros, "Un ejemplo sobresaliente de obra maestra ilegible". Russell reduce las matemáticas a una rama de la lógica que denomina logiscalismo. En el plano político se distinguió por sus tendencias pacifistas, que en más de una ocasión le costaron la cárcel, y sus ideas contrarias a la religión. Sin embargo, luchó toda su vida por la paz y la justicia social en el mundo. En 1945

publicó “Historia de la filosofía occidental” y en 1950 recibió el Premio Nobel de Literatura.

OPERACIONES CON CONJUNTOS

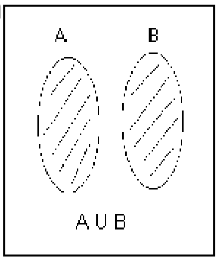
UNIÓN (U): Es el conjunto formado por los elementos comunes que pertenecen al conjunto A o al conjunto B. Se representa con AUB.

Simbólicamente:

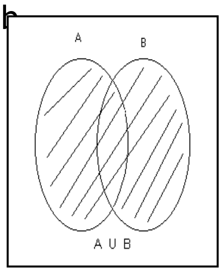
$A \cup B = \{ x / x \in A$ ó $x \in B \}$

Representación gráfica

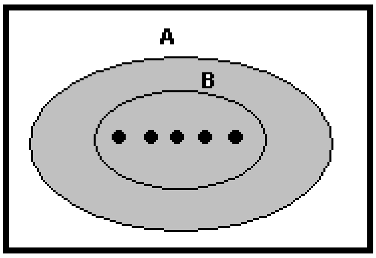
a



b



c.



Ejercicios :

Sean los conjuntos:

$A = \{x \in N / x < 6\}$

$B = \{x - 3 / x \in N, 3 \leq x < 7\}$

$C = \{ x / x \in N \wedge 1 \leq x < 8\}$

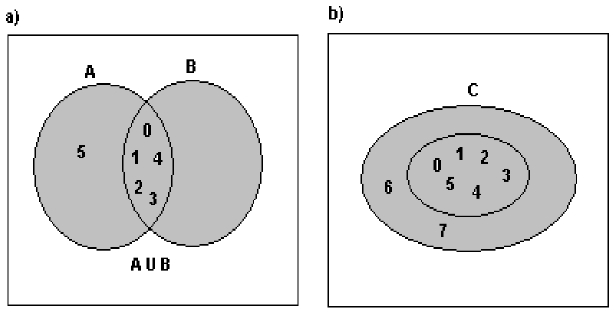
Hallar:

1. $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$
2. $A \cup C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
3. $B \cup C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5, 6; 7\}$
4. $A \cup A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$
5. $A\cup(B\cup C)=\{0;1;2;3;4;5\}\cup\{0;1;2;3;4; 5;6;7\}$

   $= \{0;1;2;3;4; 5;6;7\}$
6. $(A\cup B)\cup C=\{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \cup \{0;1;2;3;4; 5;6;7\}$

   $= \{0; 1; 2; 3; 4; 5, 6, 7\}$

Gráficamente

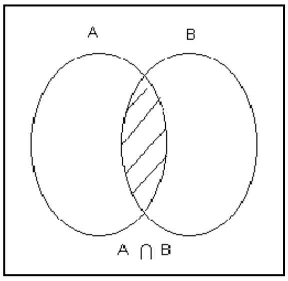


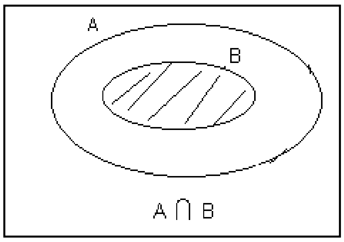
INTERSECCIÓN ($\cap$): Es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y al conjunto B a la vez. Se representa con $A \cap B$.

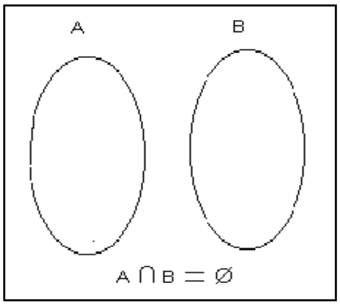
Simbólicamente:

$A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}$

Representación Gráfica







Ejercicio :

Sean los conjuntos $A = \{x \in N / x < 5\}$,

$B = \{x \in N / x < 9\}$

$C = \{2; 4; 6\}$

Hallar:

a. $A \cap B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

b. $B \cap C = \{ 2; 4; 6\}$

c. $A \cap C = \{ 2; 4\}$

d. $(AUB) \cap C = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\} \cap \{2;4;6\}$

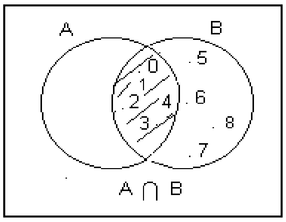
$(AUB) \cap C = \{ 2; 4; 6\}$

e. $(A \cap C) \cup B = \{2;4\} \cup \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$

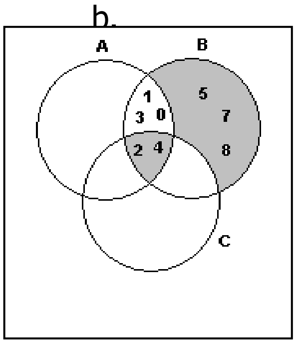
$(A \cap C) \cup B = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$

Gráficamente:

a.



b.



$(A \cap C) \cup B$

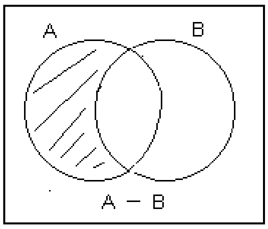
Diferencia (A-B)

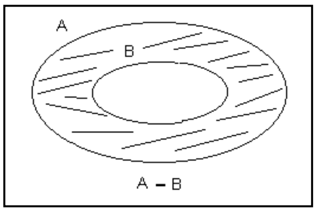
Es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y no pertenecen al conjunto B. Se representa con A – B.

Simbólicamente:

$A - B = \{ x / x \in A \wedge x \notin B\}$

Representación Gráfica:





Ejercicio :

Sean los conjuntos:

$A = \{3; 4; 5, 6, 7\}$,

$B = \{3; 4; 8; 9\}$,

$C = \{1; 2; 5; 6; 7\}$

Determinar:

a. $A - B = \{5; 6; 7\}$

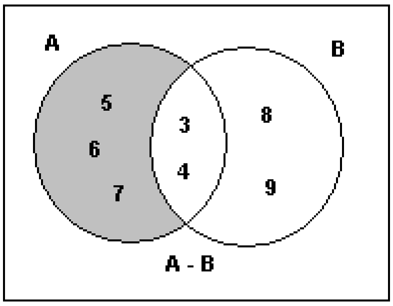
b. $B - A = \{8; 9\}$

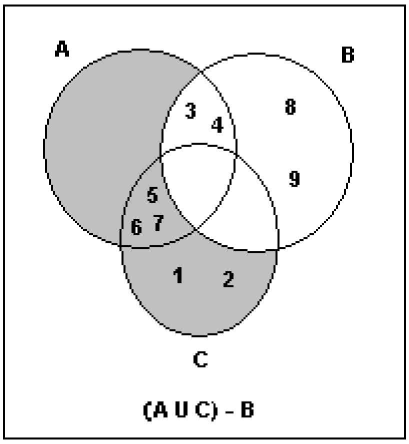
c. $B - C = \varnothing$

d. $(A \cup C) - B = \{1;2;3;4;5;6;7\} - \{3;4; 8;9\}$

$(A \cup C) - B = \{1;2;5;6;7\}$

Gráficamente:





CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Dado los conjuntos:

   $A = \{x \in N / 8 \leq x < 25$, x es múltiplo de 2$\}$

   $B = \{x \in N / 12 \leq x < 28$, x es múltiplo de 4$\}$

Hallar:

A U B y graficar :

2. Dado los conjuntos:

   $A = \{x \in N / x < 8\}$

   $Q = \{x \in N / X\ 3 \leq x < 9\}$

   $R = \{x \in N / 5X = 20\}$

Hallar :

a. $P \cup Q$ y grafica

b. $(P \cup Q) \cup R$ y grafica

3. Sean los conjuntos:

   $A = \{x \in N / x \leq 5\}$

   $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$

   $C = \{x + 1 / x \in N,\ 2 < x < 7\}$

3.- Determina por extensión y grafica.

a. $A \cap B$

b. $(A \cap B) \cap C$

4. Dado los conjuntos:

$P = \{x/x \text{ es dígito } \wedge 3 \leq x \leq 8\}$

$Q = \{x \in N/ x - 3 = 2\}$

$R = \{x \in N/ \frac{x-1}{2} = 3\}$

Hallar: $\{P \cup Q\} \cap R$ y grafica

5. Sean los conjuntos:

$A = \{2x - 1/ x \in N, 0 < x < 6\}$

$B = \{x \in N / 1 \leq x \leq 10\}$,

$C = \{x - 8 / x \in N, 7 < x \leq 18\}$

Determina por extensión y graficar

a) $B - A$
b) $C - B =$
6. Dado los conjuntos :

$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$B = \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

$C = \{2; 3; 4\}$,

Halla la diferencia y grafica.

a. $A - B$

b. $B - C$

c. $A - C$

ARITMETICA

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Dado los conjuntos :

   $M = \{x / x \text{ es par} \wedge 1 < x < 13\}$

   $N = \{x / x \text{ es múltiplo de } 4,\ x < 15\}$

   ¿Cuántos elementos tiene el conjunto M U N?, graficar.

2. Dado los conjuntos :

   $A = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 4 \wedge 3 < x < 21\}$

   $B = \{x \in N / x \text{ es múltiplo de } 6 \wedge 2 \leq x < 31\}$

   $C = \{x \in N / x \text{ es divisor de } 20\}$

   Determina por extensión y grafica.

   - (A U B) U C

3. $A = \{3x+2 / x \in N \wedge x < 5\}$

   $B = \{2x / x \in N \wedge x \leq 6\}$

   Halla: $A \cap B$ y grafica.

4. Dado los conjuntos:

   $P = \{x \in N / 3 < x \leq 8\}$

   $Q = \{x \in N / x \text{ es divisor de } 8\}$

   $R = \{x \in N / x \text{ es divisor de } 12\}$

   Determina por extensión y grafica.

   - $(P \cap Q) \cap R$

5. Dado los conjuntos:

   $A = \{2x+3 / x \in N; \wedge x \leq 5\}$

   $B = \{3x + 1 / x \in N, \wedge x < 6\}$

   Determina por extensión y grafica:

   - A – B =

6. Dado los conjuntos :

   $R = \{x + 2 / x \in N \wedge 3 < x < 8\}$

   $S = \{3x - 1 / x \in N \wedge 1 \leq x < 5\}$

   $T = \{x/x \in N \wedge \text{“x” es número impar menor que } 11\}$

   Hallar: (R – S) U T, graficar