



### SISTEMAS DE NUMERACIÓN

#### Los sonidos como instrumento de conteo

De la relativa abstracción que significa la comparación de dos conjuntos heterogéneos (el de los dedos y el de las ovejas, por ejemplo), un destello de luz ilumina su mente para asociar una voz o un sonido con cada dedo de la mano. Pues así como lo hacen los niños ahora, así como van separando sucesivamente un dedo a la vez que van diciendo: *uno, dos, tres* ...y pasan un dedo o una piedrecilla, el hombre fue encontrando sonidos o voces para cada una de las situaciones numéricas. Pasar a la comparación de un conjunto integrado por entes inmateriales (sonidos o voces) con otro integrado por entes materiales (dedos de las manos) abrió un nuevo horizonte para su progreso por ser un instrumento eficaz al momento de calcular.

#### Necesidad de ampliar el conjunto numérico

Al aumentar el campo de sus actividades o el número de integrantes de su tribu, la necesidad de cazar más animales o recoger más frutos, generó a su vez la necesidad de comparar conjuntos cada vez más grandes, y que por lo tanto, sobrepasen al conjunto auxiliar de los dedos de las manos. Por ello, ideó el empleo de guijarros (piedrecillas). Al sacar en las montañas a su ganado para el pastoreo, por cada uno de los animales colocaba una piedrecilla en el montón que le serviría entonces de control. Si al volver el ganado, en la tarde, a cada uno le correspondía una piedrecilla, sin que sobrara ninguna, significaba que todos los animales habían regresado. De esta manera, comenzó a familiarizarse con la comparación de conjuntos cada vez más grandes.

El hecho de comparar dos conjuntos integrados por elementos completamente diferentes, como son las ovejas y las piedrecillas, constituyó en realidad un salto considerable en la evolución del espíritu matemático del hombre, un paso de gran trascendencia hacia la abstracción. Por primera vez encuentra en dos conjuntos absolutamente diferentes algo en común, algo que no se palpa ni se ve, algo que solo es un concepto y que desembocara más tarde en los primeros esbozos de lo que llamamos ahora el número natural.

#### Surge la agricultura y con ella nuevas necesidades

La casi absoluta pasividad y dependencia del hombre respecto de la naturaleza (supeditación a la recolección de frutos silvestres, a la caza y a la pesca) sufrieron una revolución total con el advenimiento de la agricultura.

Esto indica una nueva era en la vida del hombre, acaso mucho más allá de los diez mil años atrás respecto de nuestra época, cuando después de la glaciación de Europa y de Asia aparecieron las florestas y los desiertos. La fijación del hombre a la tierra a través de la agricultura le brindara la oportunidad que su vida errante y normal le había privado durante muchos milenios para poder construir sus viviendas y sus utensilios, para poder medir sus tierras y construir pequeños canales de irrigación, y en

fin, para poder desarrollar su imaginación y orientarla hacia el dominio de la forma y del cálculo.

El girar su vida en torno al cultivo de la tierra lo obligó a construir sus viviendas permanentes, y para no estar aislado y expuesto a la inclemencia del tiempo y al acecho de los animales salvajes formó sus primeras aldeas. Es así que cuando la agricultura exige mayor desarrollo y las cosechas son abundantes, su capacidad de previsión lo lleva a construir graneros para guardar sus reservas, en caso de tiempos difíciles. Al finalizar la época neolítica, pudo perfeccionar los botes y los refugios porque sabía trabajar con cobre y bronce.

Se fue desarrollando gradualmente la alfarería, su amasado y coloreado, así como los motivos que adornan los textiles y canasta; geoméricamente hablando, se inclinaron por las figuras y así pusieron de manifiesto la congruencia, la simetría y la similaridad.

## Del Número al Numeral

La condición previa para el cálculo es la posesión de las representaciones mentales de los números. Como la humanidad llegó a formularlas, pertenece al terreno de las conjeturas. Lo que sí puede asegurarse sobre el origen de tales representaciones numéricas es que no se remonta más allá del individuo aislado, en el seno de la especie humana. Otras condiciones previas de la Aritmética son las palabras que expresan los números y los signos que lo representan: los términos numéricos y las cifras. A estos condujo especialmente la necesidad del trato con los demás hombres. Probablemente, las palabras que designan los números son más antiguas que los signos gráficos o cifras.

Los más remotos esfuerzos para representar a los números por medio de símbolos se pierden acaso en la oscuridad del origen mismo de especie, ya que podemos encontrar sus orígenes en el hecho de que un solo objeto era representado por una sola marca, sea una raya horizontal, vertical o inclinada, es decir, también una sola piedrecilla, una muesca, un palito, un pedazo de corteza, etc.

**INDICADOR:** Representar una cantidad de unidades simples en un determinado Sistema posicional de numeración.

- Descomponer polinómicamente cualquier numeral en un sistema posicional de numeración.



## LECTURA

La numeración decimal que utilizamos, aunque se denomina arábica, nació en la India en el siglo V de nuestra era. Además de los símbolos que representan cada cifra el sistema tiene la particularidad de sus posiciones, esto es que hay una posición para las unidades, otra para las decenas, otras para las centenas y así sucesivamente lo cual facilita mucho el cálculo.

A finales del siglo XII, la república de Pisa era una gran potencia comercial con delegaciones en todo al norte de África. En una de estas delegaciones, en la ciudad argelina de Bugia, uno de los hijos de Bonaccio, el responsable de la oficina de aduanas en la ciudad, Leonardo, es educado por un tutor árabe en los secretos del calculo posicional hindú y tiene su primer contacto con lo que acabaría convirtiéndose gracias a el, en uno de los más magníficos regalos del mundo árabe a la cultura occidental, nuestro actual sistema de numeración posicional.

Leonardo de Pisa, Fibonacci (hijo de Bonacio), nombre con el que pasaría a la historia, aprovechó sus viajes comerciales por todo el Mediterráneo, Egipto, Siria, Sicilia, Grecia, .... para entablar contacto y discutir con los matemáticos mas notables de la época y para descubrir y estudiar a fondo los Elementos de Euclides, que tomaría como modelo de estilo y de rigor, con la finalidad de poner en orden todo cuanto había aprendido de aritmética y algebra para brindar a sus colegas comerciantes un potente sistema de calculo cuyas ventajas el había experimentado.

Nace en 1202 el **liber abaci** , la primera suma matemática de la Edad Media. En el aparecía por primera vez en Occidente, las nuevas cifras hindúes y el signo de cero. El primer matemático conocido que lo empleo fue **Al-Khwarismi** , en un libro escrito en el año 810.

**Leonardo de Pisa** brinda en su obra reglas para realizar operaciones con estas cifras tanto con números enteros como con fracciones pero también proporciona la regla de tres simple y compuesta, normas para calcular la raíz cuadrada de un número, así como instrucciones para resolver ecuaciones de primer grado y algunas de segundo grado.

¿Conoces Algunos sistemas de Numeración?

¿Al cero cómo se le llama?

1. **Definición:** Numeración, es la parte de la aritmética que se encarga de estudiar, expresar y escribir los números.
2. **Sistema de Numeración:** Es el conjunto de reglas y principios que sirven para representar a los números en una base dada.

Los sistemas más importantes empleados en el desarrollo del ser humano son:

- Sistema de Numeración Multiplicativo (Chino, japonés tradicional)
- Sistema de Numeración Aditivo (romano)
- Sistema de Numeración Posicional (Binario, ternario,....decimal, etc.)

## SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO

El sistema romano no es un sistema posicional, es un sistema que utiliza los principios aditivos, sustractivos y multiplicativos.

En este sistema manejamos actualmente 7 símbolos que son:

|   |   |    |    |     |     |      |
|---|---|----|----|-----|-----|------|
| I | V | X  | L  | C   | D   | M    |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 |

Ejemplo: (Suma)

$$\begin{aligned} VI &= V + I = 6 \\ XX &= X + X = 20 \\ CL &= 100 + 50 = 150 \end{aligned}$$

Ejemplo: (Resta)

$$\begin{aligned} IX &= X - I = 9 \\ VC &= C - V = 95 \\ LM &= 1000 - 50 = 950 \end{aligned}$$

Ejemplo: (Multiplicación)

Una barra horizontal colocada sobre un número, multiplica su valor por 1000

$$\begin{aligned} \overline{III} &= 3000 & \overline{XV} &= 15000 \\ \overline{IX} &= 9000 & \overline{LXXV} &= 75000 \end{aligned}$$

Cuando llegan a aparecer 2 barras sobre un número significaba que debe multiplicarse su valor por un millón.

$$\overline{\overline{V}} = 50\,000\,000 \quad \overline{\overline{VII}} = 70\,000\,000$$

- ❖ La mayor diferencia entre nuestro sistema y el de los romanos radica en que éstos no incluían el **Cero** como dígito.

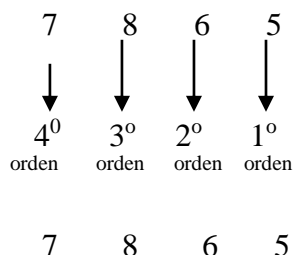
## SISTEMA DE NUMERACION DECIMAL

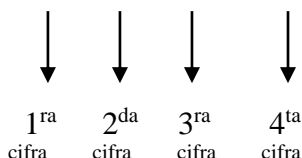
Es el sistema trabajado en la etapa escolar y en el cual la formación de sus órdenes (decenas, centenas, etc.) van de diez en diez además utiliza diez símbolos llamados **dígitos**.

Sus características son:

- 1<sup>ro</sup> **Cifra o Dígito:** Son los símbolos 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 con los cuales se puede formar cualquier número por más grande que sea.
- 2<sup>o</sup> **Orden:** Es el lugar que ocupa la cifra dentro del numeral, y se numera de la derecha a la izquierda.

Ejemplo:





**Valor Relativo de una Cifra ( V.R.)**.- Es el valor que tiene la cifra teniendo en cuenta la posición que ocupa en el numeral.

**Valor Absoluto de una Cifra ( V . A.)**.- Es aquel valor que tiene la cifra sin importar la posición que ocupa en el numeral.

Ejemplo:

|        |      |     |    |   |
|--------|------|-----|----|---|
| Numero | 3    | 5   | 4  | 6 |
| V. A.  | 3    | 5   | 4  | 6 |
| V. R.  | 3000 | 500 | 40 | 6 |

### Representación Literal de los Números.

$\overline{a}$  : cualquier número de una cifra (1, 2, 3,...9 ).

$\overline{ab}$  : cualquier número de dos cifras (10, 11, 12,...99 ).

$\overline{abc}$  : cualquier número de tres cifras (100, 101, 102, ...999 ).

$\overline{aa}$  : cualquier número de dos cifras iguales

$\overline{a(a+1)(a+2)}$  : cualquier número de 3 cifras consecutivos en orden creciente.  
(123, 234, 345, .....789)

$\overbrace{abc.....xyz}^{60 \text{ cifras}}$  : cualquier número de 60 cifras

$\overbrace{aaa....aaa}^{100 \text{ cifras}}$  : cualquier número de 100 cifras iguales

**Número Capicua**.- Es aquel número cuyas cifras extremos equidistantes son iguales, por lo tanto se leen igual por ambos lados.

Ejemplo:

- 33
- 38083
- 3663
- 
- RADAR
- 
- ABA
- 
- SOMOS
- 
- AMOLAPALOMA

## ¿Cómo podemos obtener números Capicúas?

Una de las formas para obtener un NÚMERO CAPICUA a partir de otro es la siguiente: Se invierte el orden de los dígitos y se suma con el número dado un número de veces hasta que se encuentre un número capicúa.

### Ejemplo:

Partiendo del número 84:

$$\begin{array}{r} 84 + \\ 48 \\ \hline 132 + \\ 231 \\ \hline 363 \end{array}$$

Se obtiene el número capicúa:

**Número.-** Es un ente o idea matemática carente de definición, sin embargo nos da la idea de cantidad.

**Numeral.-** Es la representación escrita de los números por medio de símbolos llamados cifras.

Ejemplo:

4, IV, cuatro, four, ...  
5, V, cinco, five, ....

## BASE DE UN SISTEMA DE NUMERACIÓN

Es el número de unidades de cierto orden que equivale a una unidad de orden inmediato superior.

| Base | Sistema de Numeración | Cifras o Dígitos             | <b>Observación</b> |
|------|-----------------------|------------------------------|--------------------|
| 2    | Binario               | 0; 1                         | $\alpha = 10$      |
| 3    | Ternario              | 0, 1; 2                      | $\beta = 11$       |
| 4    | Cuaternario           | 0, 1, 2, 3                   | $\gamma = 12$      |
| 5    | Quinario              | 0, 1, 2, 3, 4                | $\delta = 13$      |
| 6    | Senario               | 0, 1, 2, 3, 4, 5             | $\epsilon = 14$    |
| 7    | Heptanario            | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6          | .                  |
| 8    | Octanario             | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7       | .                  |
| 9    | Nonario               | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8    | .                  |
| 10   | Decimal               | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 | .                  |
| :    | :                     | :                            | .                  |
| n    | Enesimal              | 0, 1, 2, 3, 4;... ; (n - 1)  | .                  |

**Descomposición Poli nómica.-** Todo número se puede expresar como la suma de los valores relativos de sus cifras.

$$2345 = 2000 + 300 + 40 + 5$$

$$2345 = 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5$$

En general:

$$\overline{abcd}_{(n)} = a(n)^3 + b(n)^2 + c(n)^1 + d$$

- ❖ El exponente de la base que acompaña a cada cifra será igual a la cantidad de cifras que quedan a la derecha de la cifra en cuestión.

Ejemplo:

$$\overbrace{3\ 4\ 5\ 6\ 7}^{4\text{ cifras}}_{(8)} = 3 \times 8^4 + 4 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 6 \times 8^1 + 7$$

### Descomposición Polinómica por Bloques

$$\overline{abab} = \overline{ab} \cdot 10^2 + \overline{ab}$$

$$\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 10^3 + \overline{abc}$$

$$\overline{ababab} = \overline{ab} \cdot 10^4 + \overline{ab} \cdot 10^2 + \overline{ab}$$

$$\overline{abab}_{(n)} = \overline{ab}_{(n)} \cdot n^2 + \overline{ab}_{(n)}$$

### Observaciones

1. Si hablamos en  $Z^+$ , la base de un sistema de numeración siempre deberá ser mayor o igual que 2.  
Ejemplo: Dado el numeral: 100 (n) entonces "n" puede ser: { 2, 3, 4, ... }
2. Si hablamos en  $Z^+$ , las cifras que componen un numeral siempre deben ser menores que la base en la cual están escritas.

Ejemplo: Dado el numeral: 234 (n)

Se cumple que:  $2 < n$

$$3 < n$$

$$4 < n$$

Cifra < Base

3. Si hablamos en  $Z^+$  se debe de cumplir que en todo sistema de numeración, la máxima cifra a utilizar es una unidad menos que la base y que ningún numeral podrá empezar en cifra cero.

$$\begin{aligned} \text{Cifra máxima} &= n - 1 \\ \text{Cifra mínima} &= 0 \end{aligned}$$

4. En una igualdad de dos numerales a mayor numeral aparente le corresponde menor Base.

**Ejemplo:**

$$\overline{32}_{(x)^+} = \overline{120}_{(z)^-}$$

Se cumple:  $Z < X$