



SISTETEMA DE ECUACIONES I

Sistema de Ecuaciones con dos Incógnitas.

Dos o más ecuaciones constituyen un sistema de ecuaciones, cuando las soluciones que se pretenden hallar son comunes a todas.

Ejemplo 1.

En el sistema formado por:

$$X + y = 8 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x - y = 7 \dots\dots\dots (2)$$

Donde: $x = 5$; $y = 3$ son soluciones
Del sistema.

MÉTODO DE RESOLUCIÓN

A. Método de Sustitución.

Consiste en despejar una de las variables en una de las ecuaciones, y reemplazar la expresión obtenida en la otra ecuación.

Ejemplo1. Resuelve el Sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \dots\dots\dots (1) \\ 5x + 6y = 4 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

- Despejando x en la primera ecuación, se obtiene.

$$\begin{aligned} 2x &= 1 - 3y \\ x &= \frac{1 - 3y}{2} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

- Sustituyendo el valor de X en la segunda ecuación.

$$\begin{aligned} 5x + 6y &= 4 \\ 5 \left(\frac{1 - 3y}{2} \right) + 6y &= 4 \\ \frac{5 - 15y}{2} + 6y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{5 - 15y + 12y}{2} &= 4 \\ 5 - 15y + 12y &= 8 \\ 5 - 3y &= 8 \\ - 3y &= 8 - 5 \\ - 3y &= 3 \\ y &= - 1 \end{aligned}$$

- Reemplazando el valor de y en (1)

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 1 \\2x + 3(-1) &= 1 \\2x - 3 &= 1 \\2x &= 4 \\X &= 2\end{aligned}$$

$$C.S = [(2; -1)]$$

Ejemplo 2: En el sistema:

$$\begin{cases}2x + y = 17 \dots\dots\dots (1) \\X + 3y = 26 \dots\dots\dots (2)\end{cases}$$

Resolución

- Despegando X en la primera ecuación.

$$\begin{aligned}2x + y &= 17 \\2x &= 17 - y \\X &= \frac{17 - y}{2} \dots\dots\dots (3)\end{aligned}$$

- Sustituyendo el valor de X en la segunda ecuación

$$\begin{aligned}x + 3y &= 26 \\ \frac{17 - y}{2} + 3y &= 26 \\ \frac{17 - y + 6y}{2} &= 26 \\ 17 - y + 6y &= 52\end{aligned}$$

Transponiendo Términos.

$$\begin{aligned}-y + 6y &= 52 - 17 \\5y &= 35 \\y &= 7\end{aligned}$$

- Reemplazando el valor de y en (1)

$$\begin{aligned}2x + y &= 17 \dots\dots\dots (1) \\2x + 7 &= 17 \\2x &= 17 - 7 \\2x &= 10 \\X &= 2\end{aligned}$$

$$C.S = [(2; 7)]$$

B. Método de Reducción

Obtenemos un sistema equivalente donde una misma variable tenga coeficientes opuestos para que sea eliminada al sumarlas.

Ejemplo 1: En el sistema.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \dots\dots\dots (1) \\ 4x - 3y = 5 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

- Igualando los coeficientes de una de las variables en ambas ecuaciones. Escogemos y por tener signos diferentes.
- Multiplicando por 3 a la ecuación (1) y por 2, a la ecuación (2).

$$\begin{array}{l} 3 [3x + 2y = 8 \\ 2 [4x - 3y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9x + 6y = 24 \dots\dots\dots (3) \\ 8x - 6y = 10 \dots\dots\dots (4) \\ \hline 17x = 34 \end{array}$$

$$X = 2$$

- Reemplazando el valor de X en (1)

$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 8 \\ 3(2) + 2y = 8 \\ 6 + 2y = 8 \\ 2y = 8 - 6 \\ 2y = 2 \\ Y = 1 \end{array}$$

$$\text{C.S [(2; 1)]}$$

C. Método de Igualación.

Consiste en despejar la misma variable en las dos ecuaciones y luego igualarlas.

Ejemplo 1: Resuelve el Sistema.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \dots\dots\dots (1) \\ 4x + y = 10 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

- Despejando X en ambas ecuaciones.
- $$X = \frac{5 - 2y}{3} \dots\dots\dots (1)$$
- $$X = \frac{10 - y}{4} \dots\dots\dots (2)$$
- Igualando ambas expresiones correspondientes a X.

$$\frac{5 - 2y}{3} = \frac{10 - y}{4}$$

$$\begin{array}{l} 20 - 8y = 30 - 3y \\ \text{Transponiendo Términos.} \\ -8y + 3y = 30 - 20 \\ -5y = 10 \\ y = -2 \end{array}$$

- Reemplazando el valor de Y en (1)
 $3x + 2y = 5$
 $3x + 2(-2) = 5$
 $3x - 4 = 5$
 $3x = 5 + 4$
 $3x = 9$
 $X = 3$

C.S [(3; -2)]

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Resuelve por el Método de Sustitución

$$\mathbf{a)} \begin{cases} y + 25 = 7x \\ 5x + 3y = -11 \end{cases}$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} y = -2x - 5 \\ 5x + 3y = -11 \end{cases}$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} 9m + 5n = 61 \\ 7m + 3n = 43 \end{cases}$$

$$\mathbf{d)} \begin{cases} 5a + b = 37 \\ -3a + b = -11 \end{cases}$$

$$\mathbf{e)} \begin{cases} n + 6m = -8 \\ 2n - 5m = 18 \end{cases}$$

2. Resuelve por el Método de Reducción.

$$\mathbf{a)} \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} 5x - 3y = 4 \\ -2x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} 4a + 3b = 11 \\ 2a + 3b = 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{d)} \begin{cases} 4m - n = 4 \\ -4m + 3n = 4 \end{cases}$$

3. Resuelve por el Método de Igualación.

$$\mathbf{a)} \begin{cases} Y = 2x + 1 \\ Y = x + 3 \end{cases}$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} Y + 3 = 3x \\ Y - 5 = x \end{cases}$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} 2x = 18 - 4y \\ 3x = 7y - 12 \end{cases}$$

$$\mathbf{d)} \begin{cases} 6m = 4n - 2 \\ M = 6n - 7 \end{cases}$$

$$\mathbf{e)} \begin{cases} 6x + 3y = -21 \\ 4x + y = -11 \end{cases}$$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Resuelve por el Método de Sustitución.

$$\mathbf{a)} \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ X + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ X + 3y = -4 \end{cases}$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$$

$$\mathbf{d)} \begin{cases} 3x - 5y = 5 \\ 4x + 3y = 26 \end{cases}$$

$$\mathbf{e)} \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 5x + 8y = -60 \end{cases}$$

2. Resuelve por el Método de Reducción.

$$\mathbf{a)} \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} 6m + 2n = 16 \\ 5m - n = 8 \end{cases}$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 5x + y = -11 \end{cases}$$

$$\mathbf{d)} \begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 4x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$\mathbf{e)} \begin{cases} 7a + 10b = -5 \\ -5a + 4b = 37 \end{cases}$$

3. Resuelve por el Método de Igualación.

$$\mathbf{a)} \begin{cases} X + 6y = -1 \\ 2x + 2y = -7 \end{cases}$$

$$\mathbf{b)} \begin{cases} 4x - 2y = 7 \\ 2x + 4y = -4 \end{cases}$$

$$\mathbf{c)} \begin{cases} 2x + 5y = 20 \\ X - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{d)} \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 4x - y = 18 \end{cases}$$

$$\mathbf{e)} \begin{cases} 4x - y = -6 \\ -2x + 3y = 13 \end{cases}$$

Problema 1: Entre dos personas tienen S/ 140. Una de ellas tiene S/ 40 mas que la otra. ¿Cuánto tiene cada una?

Resolución

$$x + y = 140 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 40 \dots\dots\dots (2)$$

Sumando miembro a miembro (1) + (2)

$$2x = 180$$

$$x = 90$$

- Reemplazando el valor de x en (1)

$$x + y = 140$$

$$90 + y = 140$$

$$y = 140 - 90$$

$$y = 50$$

- Una tiene S/ 90 y la otra tiene S/ 50

Problema 2: Una sandia y una papaya pesan 5800 gramos. La sandia pesa 800 gramos mas que la papaya. ¿Cuánto pesa la papaya?

Resolución

$$S + P = 5800 \dots\dots\dots (1)$$

$$S + 800 = P \dots\dots\dots(2)$$

$$S + P = 5800$$

$$S - P = -800$$

$$2S = 5000$$

$$S = \frac{5000}{2}$$

$$S = 2500 \text{ gr.}$$

Problema 3: La suma de dos números es 93. La suma del doble del mayor y el triple del menor es 231. ¿Cuáles son los números?

Resolución

Sea: x # mayor, y: #menor

$$\begin{cases} x + y = 93 \dots\dots\dots (1) \\ 2x + 3y = 231 \dots\dots(2) \end{cases}$$

Multiplicando por -3 en (1)

$$\begin{array}{r} -3x - 3y = -279 \\ 2x + 3y = 231 \\ \hline \end{array} \quad \text{Sumando (1) y (2)}$$

$$(-1) \cdot x = -48$$

$$x = 48$$

- Reemplazando el valor de x en (1)

$$x + y = 93$$

$$48 + y = 93$$

$$y = 93 - 48$$

$$y = 45$$

Rpta. Los números son: 48 y 45

Problema 4: Un comerciante tiene 1700 soles depositados en dos bancos. De uno de ellos retira 450 y lo deposita en el otro, entonces resulta la misma cantidad en cada banco. ¿Cuánto dinero tenía en cada banco?

Resolución

En un banco: X En otro banco: Y

$$\begin{cases} x+y=1700 & \dots\dots\dots (1) \\ x-450=y+450 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x + y = 1700 \quad (1)+(2) \\ x - y = 900 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x = 2600 \\ x = 1300 \end{array}$$

- Reemplazando x en (1)

$$\begin{array}{l} x + y = 1700 \\ 1300 + y = 1700 \\ y = 400 \end{array}$$

Rpta. S/ 1300 y S/ 400.

Problema 5: Milagros tendrá dentro de 5 años, la misma edad que tenía Alessandra hace dos años. Actualmente sus edades suman 25 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

Resolución

Edad de Milagros:

$$x \rightarrow \text{dentro de 5 años: } x + 5$$

Edad de Alessandra:

$$y \rightarrow \text{hace dos años: } y - 2$$

$$\begin{array}{r} x + 5 = y - 2 \\ x + y = 25 \\ x - y = -7 \dots\dots (1) \\ x + y = 25 \dots\dots (1) \\ \hline 2x = 18 \\ x = 9 \end{array} \quad \text{de (1) + (2)}$$

- Reemplazando el valor de x en (1)

$$\begin{array}{l} x - y = -7 \\ 9 - y = -7 \\ 16 = y \end{array}$$

Rpta. Milagros tiene 9 años, Alessandra 16 años

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

Resuelve los problemas de sistema de ecuaciones:

- La suma de dos números es 20 y su diferencia es 4. Halle el mayor de los números:
a) 12 b) 8 c) 10
d) 14 e) 16
 - Entre dos personas tienen 210 soles, teniendo una de ellas 50 soles más que la otra. ¿Cuánto tiene una de ellas?:
a) S/70 b) S/120 c) S/180
d) S/130 e) S/100
 - Luís y Carlos tienen un total de 20 caramelos. Si Luís tiene dos caramelos más ¿Cuánto tiene Carlos?
a) 11 b) 10 c) 9
d) 8 e) 12
 - Una papaya y un higo pesan 450 gramos. La papaya pesa 350 gramos más que el higo. ¿Cuánto pesa el higo?
a) 90g b) 50g c) 120g
d) 150g e) 200g
 - Una camisa y pantalón cuestan 100 soles, pero el pantalón solo cuesta 10 soles más que la camisa. ¿Cuánto cuestan dos camisas?
a) S/90 b) S/100 c) S/80
d) S/115 e) S/55
-
- Entre dos amigos tienen recolectado 80 kg de papa. Si uno de ellos recolectó el triple que el otro. ¿Cuánto recolectó éste?
a) 50kg b) 10kg c) 15kg
d) 20kg e) 25kg

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

Resolver los problemas de sistema de ecuaciones:

- La suma de dos números es 99. Si uno de ellos es el doble del otro, halla los números.
- Entre Milagros y Alessandra tienen 92 soles. Si Milagros tiene 12 soles más que Alessandra. ¿Cuánto tiene éste?

3. La diferencia de dos números es 40 y $\frac{1}{8}$ de su suma es 11. Hallar los números.
4. La suma de dos números es 190 y $\frac{1}{5}$ de su diferencia es 2. Hallar los números.
5. La suma de dos números es 1529 y su diferencia 101. Hallar los números.
6. Un juego de comedor (mesa y 6 sillas) cuesta S/800. Si la mesa sola cuesta S/500 más que las sillas ¿Cuánto cuesta una silla?
a) S/15 b) S/30 c) S/25
d) S/150 e) S/650
7. En un corral hay gallinas y conejos, contándose en total 57 cabezas y 160 patas. ¿Cuál es el número de conejos?
a) 23 b) 32 c) 34
d) 43 e) 33
8. Halla dos números que suman 54, tales que la quinta parte del mayor sea igual a la cuarta parte del menor. Dar como respuesta el triple del menor.
a) 76 b) 72 c) 84
d) 78 e) 82