ARITMETICA

SERIES

Al hacer edificar una construcción de forma piramidal y queremos saber la cantidad de ladrillos se utilizaron, contadas por escalones o pisos nos damos cuenta que las cantidades son proporciónales siempre y cuando la pirámide sea regular, hasta podemos predecir la cantidad de ladrillos utilizados en un piso o escalón determinado, para ello bastará saber las cantidades respectivas de los pisos inmediatamente inferiores.
Construye edificaciones triangulares y piramidales con cantidades numéricas y calcula la suma total.

SERIE
Es la adición indicada de los términos de una sucesión numérica y su suma expresa el valor de la serie.
Una serie puede ser finita o infinita, dependiendo del número de términos de ésta es limitado o ilimitado.

EJEMPLO 1
Identifique las siguientes series si son limitadas o ilimitadas

RESOLUCIÓN
$S_1 = 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 +...$ (Infinita o ilimitada)
$S_2 = 5 + 10 + 15 + \ldots+500\ldots$ (finita o limitada)

1. SERIE POLINOMIAL O ARITMÉTICA
Es la suma de términos de una progresión aritmética

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Para:
a_1 : primer término
a_n : último término
n : número de términos

EJEMPLO 2
Hallar la suma de
S= 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22
RESOLUCIÓN

$$S_7 = \frac{(4 + 22)7}{2} = \mathbf{91}$$

2. LA SERIE GEOMÉTRICA
Es la adición indicada de los términos de una sucesión geométrica. Estas pueden ser:

- **SERIE GEOMÉTRICA FINITA**

$P = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 +\ldots + a_n$

$$P = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

Para:

a_1 : primer término
n : número de términos
q : razón geométrica

- **SERIE GEOMÉTRICA DECRECIENTE INFINITA**

P = $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots$

$$P = \frac{a_1}{1 - q}$$

Para:
a_1 : primer término
q : razón geométrica

EJEMPLO 3

Hallar la suma de

S= 3 + 6 + 12 + 24 + 48 +…+ 1536

RESOLUCIÓN

Hallando el número de términos

$a_n = a_1 \times q^{n-1}$

$1536 = 3 \times 2^{n-1}$

$n = 10$

Hallando la suma de términos

$$S = \frac{3\,(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

S = 3 069

EJEMPLO 4

Hallar la suma de

S= 16 + 8 + 4 + 2 + 1 +…

RESOLUCIÓN

Hallando la suma de términos

$$S = \frac{16}{1 - 1/2}$$

S = 32

3. SUMAS NOTABLES

- **SUMA DE LOS n NÚMEROS NATURALES**

$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots.. + n$

$$S_n = \frac{n\,(n + 1)}{2}$$

EJEMPLO 5

Hallar la suma de: S = 1 + 2 + 3 + … + 50

RESOLUCIÓN

- **Por la suma de los 50 primeros naturales:**

$$S_{50} = \frac{50\,(50 + 1)}{2} = \mathbf{1\,275}$$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS NÚMEROS PARES**

$S_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 2n$

$$S_n = n(n+1)$$

EJEMPLO 6

Hallar la suma de: $S = 2 + 4 + 6 + \ldots + 50$

RESOLUCIÓN

- **Por la suma de los 25 primeros números pares:**

$S_{25} = 25(25+1) = \mathbf{650}$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS NÚMEROS IMPARES**

$S_n = 1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n-1)$

$$S_n = n^2$$

EJEMPLO 7

Hallar la suma de: $S = 1 + 3 + 5 + \ldots + 49$

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$49 = 2n-1 \Rightarrow \mathbf{n} = 25$

- **Hallando la suma de los 25 primeros impares**

$S_{25} = 25^2 = \mathbf{625}$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS CUADRADOS PERFECTOS**

$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + n^2$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS CUADRADOS PERFECTOS**

$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + n^2$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

EJEMPLO 8

Hallar la suma de: $S = 1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 100$

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$S_{10} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + 10^2 \Rightarrow \mathbf{n} = 10$

- **Hallando la suma de los 10 primeros cuadrados**

$$S_{10} = \frac{10(11)(21)}{6} = \mathbf{385}$$

- **SUMA DE LOS n PRIMEROS CUBOS PERFECTOS**

$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + n^3$

$$S_n = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

EJEMPLO 9
Halla la suma de: S = 1 + 8 + 27 + 64 + … + 1000

RESOLUCIÓN

- **Hallando n**

$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + 10^3 \Rightarrow \mathbf{n = 10}$

- **Hallando la suma de los 10 primeros cubos**

$$S_{10} = \left[\frac{10(10+1)}{2} \right]^2 = \mathbf{3\,025}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. **Hallar el valor de M= 0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,4 +…+ 2,5**
2. **Hallar el valor de S= 3 + 7 + 13 + 21 +…+ 111**
3. **Hallar S S= 2 + 3 + 1 + 4 + 6 + 2 + 6 + 9 + 3 +…**
   (a) 200 (c) 220 (e) 250
   (b) 300 (d) 330

4. **Señale el valor de la suma límite de: S = 2 + 5/3 + 7/6 + 9/12 + 11/24 + 13/48 +…**
   (a) 10/3 (c) 4 (e) 14/3
   (b) 6 (d) 20/3

5. **Halle la suma límite: S = $\underline{5}$ + $\underline{13}$ + $\underline{35}$ + $\underline{97}$ + … 2x3 4x9 27x8 16x81**
   (a) 1/2 (c) 3/2 (e) 2
   (b) 2/3 (d) 1

6. **Hallar la suma de ..S = 1 + 1 + 2 + 10 + 37 + 101 + 226 +…**
   (a) 2944 (c) 2946 (e) 2948
   (b) 2945 (d) 2947

PROPONGO UN PROBLEMA

……………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………

ARITMETICA

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Hallar la suma de:
   $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 120$

2. Hallar la suma de:
   $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 240$

3. Hallar la suma de:
   $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 239$

4. Hallar la suma de:
   $S = 1 + 4 + 9 + 16 + ... + 625$

5. Hallar la suma de:
   $S = 1 + 8 + 27 + 64 + \dots + 8000$

6. Hallar el valor de a
   $(a+1) + (a-1) + (a-3) + \dots + 7 + 5 + 3 = 12x14$
   (a) 20 (c) 24 (e) 26
   (b) 21 (d) 23

7. Hallar la suma de
   $S = 2 + 4 + 4 + 6 + 6 + 6 + \dots + \underbrace{20 + 20 + \dots + 20}_{\text{10 sumandos}}$
   (a) 700 (c) 770 (e) 750
   (b) 730 (d) 710

8. Calcular S
   $S = \underbrace{1 + 1 + 3 + 7 + 13 + \dots}_{\text{20 sumandos}}$
   (a) 2500 (c) 2570 (e) 2350
   (b) 2300 (d) 2270

9. Hallar las tres últimas cifras de la suma
   $M = \underbrace{4 + 44 + 444 + 4444 + \dots + 44\dots4}_{\text{40 sumandos}}$
   (a) 520 (c) 600 (e) 760
   (b) 920 (d) 970

10. Señale el valor de sumar las 2 últimas cifras de M:
    $M = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 36!$
    (a) 12 (c) 8 (e) 4
    (b) 9 (d) 7