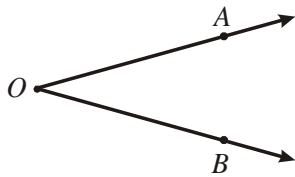




## LOS ÁNGULOS

Es la unión de dos rayos que tienen un mismo origen.



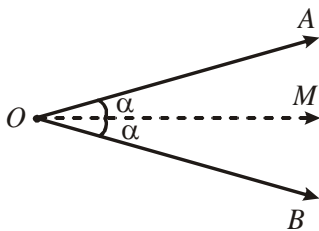
Elementos:

- a) Lados  $\Rightarrow \overline{OA}, \overline{OB}$
- b) Vértice  $\Rightarrow O$

**II. Magnitud de un ángulo:** Es la medida del ángulo y se mide con el TRANSPORTADOR. Su unidad de medida es el grado sexagesimal ( $1^\circ$ )

$1^\circ$	=	$60'$
$1'$	=	$60''$
$1^\circ$	=	$3600''$

**III. Bisectriz de un ángulo:** Es el rayo que divide al ángulo en dos ángulos congruentes (iguales)



En la figura, el rayo  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\sphericalangle$  AOB.

Congruentes  
símbolo  $\cong$

**IV. Clasificación de los ángulos:**

**1. Por su medida**

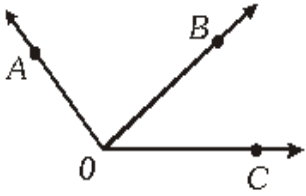
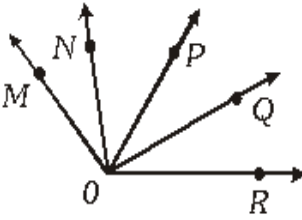
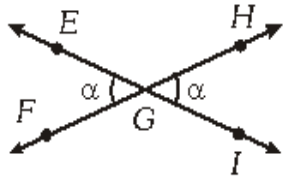
Se clasifican en:

<p>a) <b>Ángulo agudo</b> mide entre <math>0^\circ</math> y <math>90^\circ</math></p>	<p>b) <b>Ángulo recto</b> mide <math>90^\circ</math></p>	<p>c) <b>Ángulo obtuso</b> mide entre <math>90^\circ</math> y <math>180^\circ</math></p>	<p>d) <b>Ángulo llano</b> mide <math>180^\circ</math></p>
---	--	--	---

ADYACENTES  $\Rightarrow$  ALLADO DE

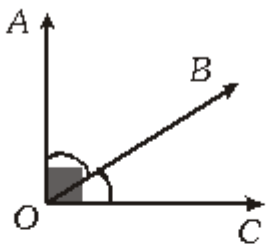
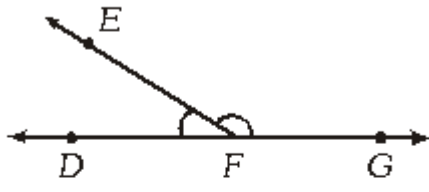
2. Por la posición de sus lados

Se clasifican en:

<p><b>a) Ángulos adyacentes</b></p>  <p><math>\square</math> AOB y <math>\square</math> BOC son ADYACENTES</p>	<p><b>b) Ángulos consecutivos</b></p>  <p><math>\square</math> MON, <math>\square</math> NOP, <math>\square</math> POQ y <math>\square</math> QOR son 4 ángulos CONSECUTIVOS</p>	<p><b>c) Ángulo opuesto por el vertice</b> mide entre <math>90^\circ</math> y <math>180^\circ</math></p>  <p><math>\square</math> EGF y <math>\square</math> GHI son OPUESTOS POR EL VERTICE</p>
---	---	---

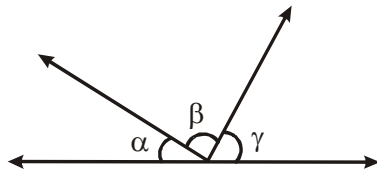
2. Por la suma de sus medidas

Se clasifica en:

<p><b>a) Ángulos complementarios</b></p>  <p>Dos ángulos son Complementarios si la suma de sus medidas es <math>90^\circ</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>m\square AOB + m\square BOC = 90^\circ</math> </div>	<p><b>b) Ángulos suplementarios</b></p>  <p>Dos ángulos son Suplementarios si la suma de sus medidas es <math>180^\circ</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>m\square DEF + m\square EFG = 180^\circ</math> </div>
<p><b>Complemento de un ángulo</b> Es lo que le falta a la medida de un ángulo para ser igual a <math>90^\circ</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>C_\alpha = 90^\circ - \alpha</math> </div>	<p><b>Suplemento de un ángulo</b> Es lo que le falta a la medida de un ángulo para ser igual a <math>180^\circ</math></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>S_\alpha = 180^\circ - \alpha</math> </div>

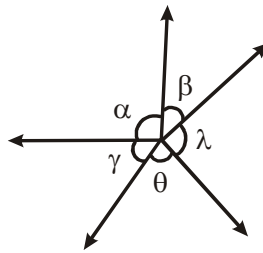
## V. Teoremas

1. "La suma de las medidas de los ángulos CONSECUTIVOS formados alrededor de un mismo vértice y a un mismo lado de una recta es  $180^\circ$ "



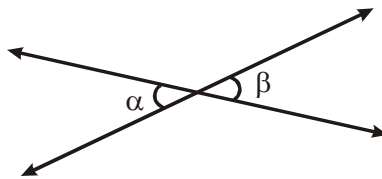
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

2. "La suma de las medidas de los ángulos CONSECUTIVOS formados alrededor de un mismo vertice es  $360^\circ$ "



$$\alpha + \beta + \gamma + \theta = 360^\circ$$

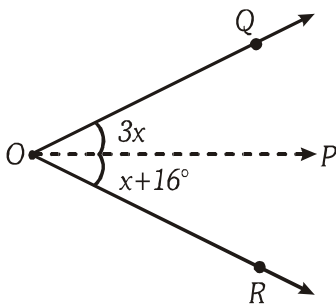
3. "Los ángulos OPUESTOS POR EL VÉRTICE son congruentes..."



$$\alpha = \beta$$

### EJEMPLOS:

1. En la figura es bisectriz de . Hallar "x"



### Solución:

$$3x = x + 16^\circ$$

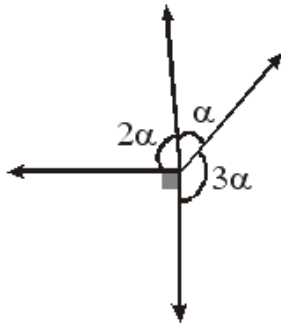
$$3x - x = 16^\circ$$

$$2x = 16^\circ$$

$$x = \frac{16^\circ}{2}$$

$$X = 8^\circ$$

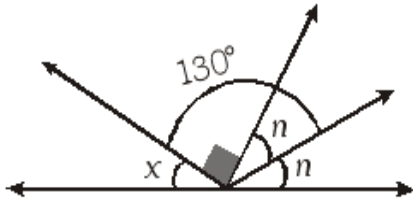
2. Hallar "  $\alpha$  "



**Solución:**

$$\begin{aligned} \alpha + 2\alpha + 3\alpha + 90^\circ &= 360^\circ \\ 6\alpha &= 360^\circ - 90^\circ \\ 6\alpha &= 270^\circ \\ \alpha &= \frac{270^\circ}{6} \\ \alpha &= 45^\circ \end{aligned}$$

3. Hallar "x" en:

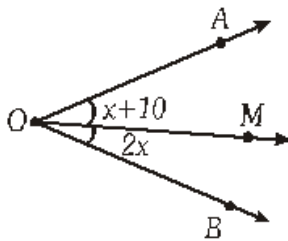


**Solución**

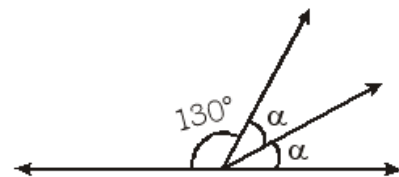
$$\begin{aligned} n &= 130^\circ - 90^\circ \\ n &= 40^\circ \\ x + 130^\circ + 40^\circ &= 180^\circ \\ x &= 180^\circ - 170^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

## PRACTICAMOS

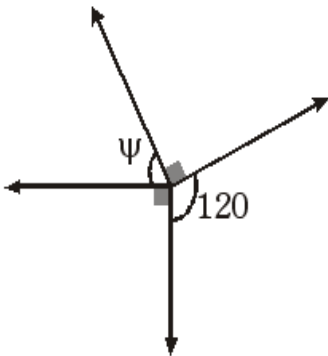
1. En la figura,  $\overline{OM}$  es bisectriz. Hallar x



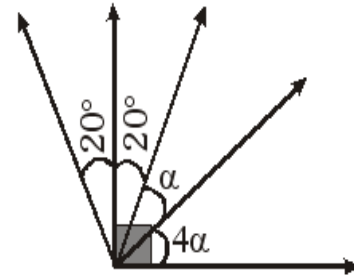
2. Hallar la medida del ángulo  $\alpha$



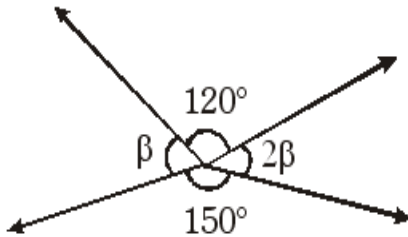
3. En la figura, halla  $\psi$



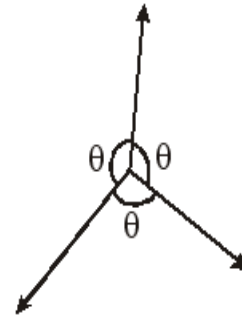
4. En la figura, calcular " $\alpha$ "



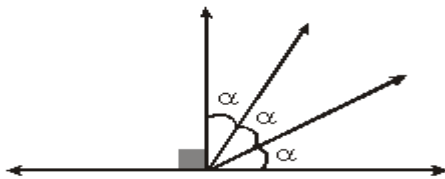
5. De la figura, hallar  $\beta$



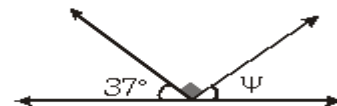
6. De la figura, calcular " $\theta$ "



7. Del gráfico, hallar  $x$



8. De la figura, hallar  $\psi$



9. Calcular los complementos de:

- a)  $C_{(30^\circ)} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$
- b)  $C_{(40^\circ)} =$
- c)  $C_{(46^\circ)} =$
- d)  $C_{(57^\circ)} =$
- e)  $C_{(66^\circ)} =$

10. Calcular:

- a)  $SC_{(46^\circ)} = 180^\circ - (90^\circ - 46^\circ) = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$
- b)  $SC_{(55^\circ)} =$
- c)  $SC_{(37^\circ)} =$
- d)  $SC_{(64^\circ)} =$
- e)  $SC_{(78^\circ)} =$

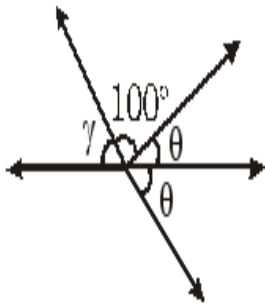
11. Calcular los suplementos de:

- a)  $S_{(126^\circ)} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$
- b)  $S_{(145^\circ)} =$
- c)  $S_{(120^\circ)} =$
- d)  $S_{(178^\circ)} =$
- e)  $S_{(139^\circ)} =$

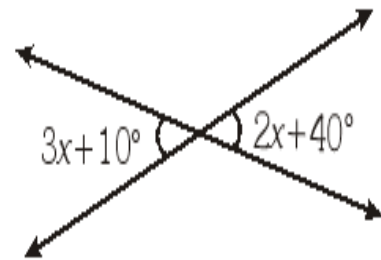
12. Hallar el suplemento del complemento del complemento del suplemento del suplemento de  $100^\circ$

## TRABAJEMOS EN CASA

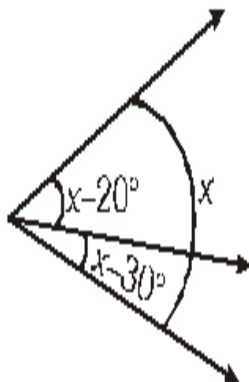
1. De la figura, calcular " $\gamma$ " y " $\theta$ "



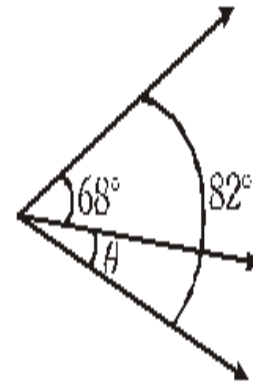
6. En la figura, calcular " $x$ "



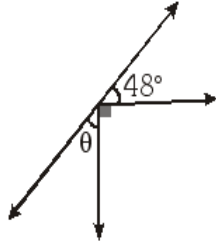
2. De la figura, hallar  $x$



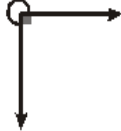
7. De la figura calcular " $\theta$ "



3. De la figura, hallar " $\theta$ "



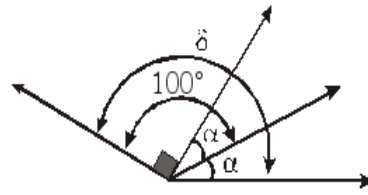
4. En la figura, hallar  $x$   
 $3x+120^\circ$



5. Del gráfico, hallar  $x$

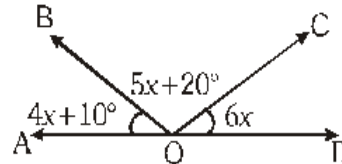


8. En la figura calcular  $\alpha$  y  $\delta$



9. Hallar el ángulo que es igual al doble de su complemento.

10. En la siguiente figura, hallar la  $m\angle AOB$



## RECTAS PARALELAS CORTADAS POR UNA RECTA SECANTE

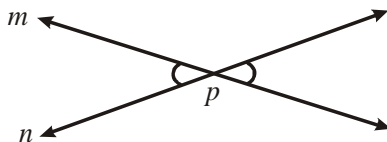
### I. POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO

1. **Rectas Paralelas:** Dos rectas son paralelas ( $//$ ), si su INTERSECCIÓN es NULA



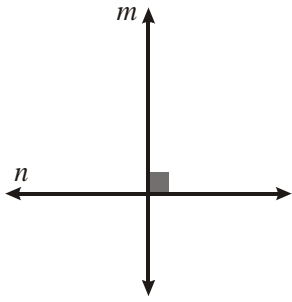
$$\boxed{\text{Si } \vec{m} \cap \vec{n} = \emptyset \Rightarrow \vec{m} // \vec{n}}$$

2. **Rectas Secantes:** Dos rectas son secantes, si su INTERSECCIÓN es un PUNTO.



$$\boxed{\text{Si } \vec{m} \cap \vec{n} = P \Rightarrow \text{Las rectas } \vec{m} \text{ y } \vec{n} \text{ son SECANTES}}$$

3. Rectas Perpendiculares: Dos rectas son perpendiculares ( $\perp$ ), si su INTERSECCIÓN es un ÁNGULO RECTO ( $90^\circ$ )



$$\text{Si } \vec{m} \cap \vec{n} = 90^\circ \Rightarrow \vec{m} \perp \vec{n}$$

## II. ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS PARALELAS Y UNA RECTA SECANTE

Si las rectas  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas y están cortadas por una RECTA SECANTE  $M$ , se cumplen las siguientes propiedades.

- Los ángulos correspondientes son congruentes:  
 $\angle 1 \cong \angle 5; \angle 2 \cong \angle 6; \angle 3 \cong \angle 7; \angle 4 \cong \angle 8$
- Los ángulos alternos internos son congruentes:  
 $\angle 3 \cong \angle 6; \angle 5 \cong \angle 4$
- Los ángulos alternos externos son congruentes:  
 $\angle 1 \cong \angle 8; \angle 2 \cong \angle 7$
- Los ángulos conjugados externos son suplementarios:  
 $M\angle 1 + m\angle 7 = 180^\circ; m\angle 2 + m\angle 8 = 180^\circ$
- Los ángulos conjugados internos son suplementarios:  
 $M\angle 3 + m\angle 5 = 180^\circ; m\angle 4 + m\angle 6 = 180^\circ$

