



SEPARATAS DE TEORIA DE EXPONENTES III

INDICADOR: Identifica situaciones problemáticas de las formas indeterminadas correctamente.

FORMAS INDETERMINADAS

Este tipo de ejercicios se caracterizan por presentar el símbolo “ ∞ ” y el criterio para resolver consiste en aumentar un elemento común más al ejercicio dado con la finalidad de eliminar la indeterminación.

Para los ejercicios de este tipo existen fórmulas que permiten la solución en forma inmediata.

CASO I :

$$\sqrt[m]{a^n} \cdot \sqrt[m]{a^n} \cdot \sqrt[m]{a^n} \dots \infty \text{Radicales} = \sqrt[m-1]{a^n}$$

EJEMPLO: Simplificar :

$$\sqrt[9]{a^8} \cdot \sqrt[9]{a^8} \cdot \sqrt[9]{a^8} \dots \infty \text{Radicales}$$

RESOLUCION

$$N = \sqrt[9-1]{a^8} = \sqrt[8]{a^8} = a^{\frac{8}{8}} = a^1 = a$$

CASO II

$$\sqrt[m]{\frac{a^n}{\sqrt[m]{\frac{a^n}{\vdots}}}} = \sqrt[m+1]{a^n}$$

∞Rad

EJEMPLO : Simplificar:

$$R = \sqrt[4]{\frac{x^{20}y^{35}}{\sqrt[4]{\frac{x^{20}y^{35}}{\vdots}}}} \quad \infty \text{Rad}$$

RESOLUCIÓN

$$R = \sqrt[4+1]{x^{20}y^{35}} = \sqrt[5]{x^{20}y^{35}}$$

$$R = \sqrt[5]{x^{20}} \cdot \sqrt[5]{y^{35}} = x^{\frac{20}{5}} \cdot y^{\frac{35}{5}}$$

$$R = x^4 y^7$$

CASO III :

$$\sqrt{\sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1)} + \dots \infty \text{Rad.}} = (a+1)$$

EJEMPLO : Calcular el valor de "X" en :

$$X = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{6} \dots \infty \text{Radicales}}$$

RESOLUCIÓN

$$X = \sqrt{\sqrt{2(3)} + \sqrt{2(3)} + \sqrt{2(3)} \dots \infty \text{Radicales}}$$

$$x = 3$$

CASO IV:

$$\sqrt{\sqrt{a(a+1)} - \sqrt{a(a+1)} - \sqrt{a(a+1)} - \dots \infty \text{Rad}} = a$$

EJEMPLO : Calcular el valor de "M" en :

$$M = \sqrt{\sqrt{20} - \sqrt{20} - \sqrt{20} - \dots \infty \text{Radicales}}$$

RESOLUCION

$$M = \sqrt{\sqrt{4(5)} - \sqrt{4(5)} - \sqrt{4(5)} - \dots \infty \text{Radicales}}$$

$$M = 4$$

CASO V :

EJEMPLOS

1. SIMPLIFICAR : $\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} \dots \sqrt[n]{a}} \dots \sqrt[n]{a}} \dots \sqrt[n]{a}} = a$

$$A = \sqrt[3]{x^{10} \cdot \sqrt[3]{x^{10} \cdot \sqrt[3]{x^{10} \dots \infty \text{Radicales}}}}$$

RESOLUCIÓN

$$A = \sqrt[3]{x^{10} \cdot \sqrt[3]{x^{10} \cdot \sqrt[3]{x^{10} \dots \infty \text{Radicales}}}}$$

2. SIMPLIFICAR .

$$B = \sqrt{\frac{x^{28}}{\sqrt[3]{\frac{x^{28}}{\vdots \infty \text{Rad}}}}}$$

RESOLUCIÓN

$$B = \sqrt{\frac{x^{28}}{\sqrt[3]{\frac{x^{28}}{\vdots \infty \text{Rad}}}}}$$

$$B = \sqrt[3]{\frac{x^{28}}{B}}$$

$$B^3 = \frac{x^{28}}{B}$$

$$B^4 = x^{28}$$

$$B = x^7$$

$$N = \sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{\sqrt[7]{7}} \dots \sqrt[7]{7}} \dots \sqrt[7]{7}} \dots \sqrt[7]{7}} = 7$$

EJEMPLO:

Hallar el valor de "N" en:

RESOLUCIÓN

Aplicando la formula $N = 7$

CASO VI :

$$\text{Si } x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x^{\infty} = m \Rightarrow x = \sqrt[m]{m}$$

$$A = \sqrt[3]{x^{10} \cdot A}$$

$$A^3 = x^{10} \cdot A$$

$$\frac{A^3}{A} = x^{10}$$

$$A^2 = x^{10}$$

$$A = x^5$$

EJEMPLO : Hallar el Valor de "a" en :

$$\text{RESOLUCIÓN: } a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a^{\infty} = 6$$

Aplicando la Fórmula :

$$a = \sqrt[6]{6}$$

} B

3. HALLAR EL VALOR DE " X " EN :

$$X = \sqrt{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots \infty \text{Radicales}}}}$$

RESOLUCION

$$x = \sqrt{\underbrace{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots \infty \text{Radicales}}}}_x}$$

3. HALLAR EL VALOR DE "X" EN :

$$X = \sqrt{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots \infty \text{Radicales}}}}$$

RESOLUCION

$$x = \sqrt{56 + \underbrace{\sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots \infty \text{Radicales}}}}_x}$$

$$x = \sqrt{56 + x}$$

$$x^2 = 56 + x \Rightarrow x(x-1) = 8(8-1)$$

$$x = 7$$

CALCULAR EL VALOR DE "Y" EN : $y = \sqrt[3]{7}^{\sqrt[3]{7}^{\sqrt[3]{7}^{\dots \infty}}}$

RESOLUCION

$$y = \sqrt[3]{7}^{\underbrace{\sqrt[3]{7}^{\sqrt[3]{7}^{\dots \infty}}}_y}$$

$$y = \sqrt[3]{7}^y \Rightarrow \sqrt[y]{y} = \sqrt[3]{7}$$

$$\therefore y = 7$$

4. HALLAR EL VALOR DE "A" EN :

$$5^{x^{x^{x^{\dots \infty}}}} = 125$$

RESOLUCIÓN:

$$5^{x^{x^{x^{\dots \infty}}}} = 5^3 \Rightarrow x^{x^{x^{\dots \infty}}} = 3$$

$$x^3 = 3$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcular el valor de "A" en:

$$A = \sqrt{56 + \sqrt{56 + \sqrt{56 + \dots \infty \text{Rad}}}}$$

Resolución:

Rpta. $A = 8$

2. Reducir:

$$B = \sqrt[4]{\frac{m^{10}n^5}{\sqrt[4]{\frac{m^{10}n^5}{\vdots}}}} \infty \text{Rad}$$

Resolución:

Rpta: $m^2 n$

3. Hallar el valor de "x" en la siguiente expresión:

$$3^{x+x+\dots \infty} = 27$$

Resolución:

Rpta: $x = \sqrt[3]{3}$

2. Simplificar:

$$M = \frac{\sqrt{(a^2 + a) + \sqrt{(a^2 + a) + \dots \infty \text{RAD}}}}{\sqrt{(a^2 - a) - \sqrt{(a^2 - a) - \dots \infty \text{RAD}}}}$$

Resolución :

Rpta. $M = \frac{a+1}{a-1}$

3. Hallar el valor de "m" en la siguiente expresión:

$$(m-2)^{(m-2)^{\dots \infty}} = 4$$

Resolución:

Rpta. $m = \sqrt{2} + 2$

6. Calcular "k":

$$K = \sqrt[3]{15\sqrt[3]{15\sqrt[3]{15\dots \infty \text{RAD}}}}$$

Resolución:

Rpta. $K = \sqrt{15}$

7. Calcular "E":

$$E = \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24 + \sqrt[3]{24\dots \infty \text{RAD}}}}$$

Resolución:

Rpta. $E = 3$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Reducir:

$$A = \sqrt{x^6 \sqrt{x^6 \sqrt{x^6 \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) x^2 b) x^4 c) x^6
d) x^8 e) N.A.

2. Reducir:

$$B = \sqrt[3]{x^4 y^2 \sqrt[3]{x^4 y^2 \dots \infty \text{Rad}}}$$

- a) $x^2 y^2$ b) xy^2 c) $x^2 y$
d) xy e) N.A.

3. Simplificar:

$$C = \left(\sqrt[3]{m^4 \sqrt[3]{m^4 \dots \infty \text{Rad}}} \right) \left(\sqrt[3]{\frac{m^{12}}{\sqrt[3]{\frac{m^2}{\vdots \infty \text{Rad}}}}} \right)$$

- a) m^4 b) m^5 c) m^6
d) m^8 e) m^9

4. Simplificar:

$$D = \sqrt{110 + \sqrt{110 + \sqrt{110 + \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) 10 b) 11 c) 20
d) 21 e) 30

5. Reducir:

$$E = \sqrt{132 - \sqrt{132 - \sqrt{132 - \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) 11 b) 12 c) 13
d) 15 e) 16

6. La reducción de:

$$F = \frac{\overbrace{x + x + x + \dots + x}^{\text{"x" veces}}}{\sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \dots \infty \text{Rad}}}}}}$$

Con $x \in \mathbb{N}$, $x > 1$; es:

- a) x^{x-1} b) x c) x^{-1}
d) 1 e) x^x

7. Hallar el valor de "G" en:

$$G = \frac{\sqrt{\sqrt{4}}^{\sqrt{\sqrt{4}}^{\dots \infty}}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{8}}^{\sqrt[3]{\sqrt[3]{8}}^{\dots \infty}}}$$

- a) 4 b) 1 c) 3
d) 5 e) 1/2

8. Calcular el valor de "H":

$$H = \sqrt[m]{x^n \div \sqrt[m]{x^n \div \sqrt[m]{x^n \div \dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) $\sqrt[mn]{x^n}$ b) $\sqrt[m]{x^n}$ c) $\sqrt[m+1]{x^n}$
d) x e) $\sqrt[m+1]{x}$

9. Hallar el valor de "x" si:

$$x^{10+x^{10+x^{\dots \infty}}} = \sqrt[3]{x^6}^{\sqrt[3]{x^6}^{\dots \infty}}$$

- a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{5}$ e) $\sqrt[20]{10}$

10. Calcular "m" si:

$$m^{9-m^{9-m^{\dots \infty}}} = \sqrt{\frac{1}{m}}^{\sqrt{\frac{1}{m}}^{\sqrt{\frac{1}{m}}^{\dots \infty \text{Rad}}}}$$

- a) 1/10 b) 9 c) 10
d) 1/9 e) -1/11