



SEPARATAS DE GRADOS DE UN POLINOMIOS

INDICADORES :

- Interpretan claramente la definición de grado de un Polinomio
- Determinan los grados relativo y absoluto de un Polinomio acertadamente.

GRADOS DE UN POLINOMIO

GRADO: Es aquel exponente numérico (no variable) entero positivo que afecta a una variable tomada como base.

CLASES DE GRADO

- Grado Relativo (G. R.):** Toma en consideración sólo a una de las variables.
- Grado Absoluto (G.A.):** Toma en consideración a todas sus variables a la vez.

GRADOS DE UN MONOMIO.

Grado Relativo (G .R) : Está indicado por el exponente de la variable al cual se hace mención; para ello la expresión debe estar previamente reducida o simplificada.

Grado Absoluto (G.A.): Se determina sumando algebraicamente los exponentes de sus variables.

Ejemplo :

$$M(x, y, z) = -3abx^3y^4z^5$$

$$G. R. (x) = 3$$

$$G. R. (y) = 4$$

$$G. R. (z) = 5$$

$$G. A. (M) = 12$$

GRADOS DE UN POLINOMIO

Grado Relativo (G .R) : Está indicado por el mayor exponente que afecta a la variable en uno de los términos del Polinomio.

Grado Abosuluto (G.A.): Lo determina el mayor grado que posee uno de los términos del Polinomio.

Ejemplo:

$$P(x, y, z) = \underbrace{3x^2y^3z^4}_I - \underbrace{7x^{10}y^{12}z^3}_{II} + \underbrace{x^5y^6}_{III}$$

$$G. R. (x) = 2$$

$$10$$

$$5$$

$$G. R. (y) = 3$$

$$12$$

$$6$$

$$G. R. (z) = 4$$

$$3$$

$$0$$

$$G. A. (I) = 9$$

$$G. A. (II) = 25$$

$$G. A. (III) = 11$$

$$\therefore G. R. (X) = 10$$

$$G. R. (Y) = 12$$

$$G. R. (Z) = 4$$

$$G. A. (P) = 25$$



GRADOS DE LAS OPERACIONES CON POLINOMIOS

1. **Grado de un Producto (G.P.)** : Se suman los grados de los factores.

Ejemplo:

$$(X^5 + 7) (X^7 + 5) (X^{10} - 3X)$$

$$\therefore G.P. = 5 + 7 + 10 = 22$$

2. **Grado de un Cociente (G.C.)**: Se resta el grado del dividendo menos el grado del divisor.

Ejemplo:

$$\frac{6x^4y^{16}}{7a^3b^8} \rightarrow \begin{array}{l} \text{G.N.} = 20 \\ \text{G.D.} = 11 \end{array}$$

$$\therefore G. C. = 20 - 11 = 9$$

3. **Grado de una Potencia (G.Pot)** : Se multiplica el grado de la expresión con el exponente.

Ejemplo:

$$\left(\underbrace{5x^9 - 7x^4 + 3x^5}_{9^\circ} \right)^8$$

$$\therefore G. Pot. = (9) (8) = 72$$

4. **Grado de una Radicación (G.R.):** Se divide el grado de la expresión entre el índice del radical.

Ejemplo::

$$\sqrt[4]{\underbrace{\frac{1}{5}x^{12} - \frac{3}{4}x^9 + \frac{7}{5}x^7}_{12^\circ}}$$

$$\therefore \text{G. R.} = 12 \div 4 = 3$$

EJEMPLOS

1. En el Polinomio :

$$Q(x,y) = x^{a+3}y^{b+1} - x^{a+2}y^{b+1} + x^{a+1}y^{b+2}$$

Hallar "a" y "b"; si el grado con respecto a "y" es y el G.A. del Polinomio es 12

RESOLUCIÓN

$$Q(x,y) = \underbrace{x^{a+3}y^{b+1}}_{(a+b+4)^\circ} - \underbrace{x^{a+2}y^{b+1}}_{(a+b+3)^\circ} + \underbrace{x^{a+1}y^{b+2}}_{(a+b+3)}$$

$$* \quad \text{G.R. (Y)} : b + 2 = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\begin{aligned} * \quad \text{G.A. (Q)} : a + b + 4 &= 12 \\ : a + 2 + 4 &= 12 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

2. Dado el polinomio :

$$P(x,y) = x^{2a}y^{b-2} + \sqrt{3}x^{2a-1}y^{b+5} - \frac{1}{5}x^{2a+2}y^b + \dots + 2^4x^{2a-3}y^{b+1}$$

Hallar el grado relativo a "y" si el grado absoluto es 24, el grado relativo a "x" es 18.

RESOLUCIÓN

$$\text{G.R. (X)} : 2a + 2 = 18 \Rightarrow a = 8$$

$$\begin{aligned} \text{G.A. (P)} : 2a - 1 + b + 5 &= 24 \\ 2(8) - 1 + b + 5 &= 24 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{G.R. (Y)} &= b + 5 \\ &= 4 + 5 \\ &= 9 \end{aligned}$$

3. Si el polinomio $M_{(x,y)}$ se verifica que la diferencia entre los grados relativos a "X" e "Y" es 5 y además que el menor exponente de "y" es 3 .
Hallar su grado absoluto.

$$M(X,Y) = X^{m+n-2}Y^{m-3} + X^{m+n+5}Y^{m-4} + \dots + X^{m+n-6}Y^{m+2}$$

RESOLUCIÓN

$$G.R.(X) - G.R.(Y) = 5$$

$$(m + n + 5) - (m + 2) = 5$$

$$\Rightarrow n = 2$$

Además:

$$\text{Menor Exp. De Y : } m - 4 = 3$$

$$\Rightarrow m = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore G.A.(M) &= 2m + n + 1 \\ &= 2(7) + 2 + 1 \\ &= 17 \end{aligned}$$

4. Hallar "m" si el grado de :

$$R(x) = \left(x^{m^m} + x + 1 \right)^{m^m} \cdot (x + 2)^{m^m} \quad \text{ES } 272$$

RESOLUCIÓN

Hacemos un cambio de variable:

$$m^{m^m} = A$$

$$R(x) = \left(x^A + x + 1 \right)^A \cdot (x + 2)^A$$

$$G.A.(R) = A^2 + A = 272$$

$$16^2 + 16 = 272$$

$$\Rightarrow A = 16$$

$$\Rightarrow m^{m^m} = A$$

$$m^{m^m} = 16 \Rightarrow m^{m^m} = 2^{2^2}$$

$$\therefore m = 2$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Hallar "a" si el G.A (p) = 80

$$\text{Siendo } P(x, y, z) = 6x^{2a} y^{a+20} z^{2a+10}$$

Resolución :

Rpta. a=10

2. Hallar "n" sabiendo que el $G.R_{(x)} = 20$

$$P(x,y,z) = 8x^{2n} y^{5n} z^{3n}$$

Resolución :

Rpta. $n = 10$

3. Calcular el grado de $P(x,y)$.

Si $P(x,y) = 6x^{m+n} y^{m-n}$ si se sabe que: $G.R_{(x)} = 6$ y $G.R_{(y)} = 4$

Resolución :

Rpta. $G.A_{(P)} = 10$

4. Calcular el valor de "a"

Si $G.R_{(x)} = 4$, en:

$$P(x,y) = 5x^{a+3} \cdot y^5 + 6x^a y^3$$

Resolución :

Rpta. $a = 1$

5. Cual es el grado de $P_{(x)}$ si:

$$P_{(x)} = (x^7 - 1)(x^3 - 1)$$

Resolución:

Rpta. $G.A_{(p)} = 10$

6. Si el grado de $P_{(x)}$ es 16.. ¿Cuál es el valor de "m"?

$$P_{(x)} = (x^m - 5)(x^m + 3)$$

Resolución:

Rpta. $m = 8$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Determinar el valor de m para que la expresión:

$$A = x \cdot \sqrt[3]{\frac{x^n \sqrt{x^n}}{x \cdot \sqrt[4]{x^{n-2}}}}$$

Será de quinto grado

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 0

2. Hallar el grado absoluto del polinomio:

$$K_{(x,y)} = x^{3a+2b} y^4 + 3x^{2a-1} y^{-3b} + 5x^{2a} y^{7+b}$$

Sabiendo que el polinomio es homogéneo

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 15

3. Hallar el grado absoluto del siguiente término.

$$-\frac{6\sqrt{5}}{7}x^{15-\sqrt{5}} \cdot y^{\sqrt{5}}$$

a) 13 b) 14 c) 15 d) 25 e) 30

4. Hallar "a+b" si el siguiente polinomio es de grado 8 respecto a "y", y de 3° grado respecto a "x" :

$$M_{(x,y)} = -\sqrt{11}x^{a-2} + 2x^a y^{b-3} + \frac{1}{3}x^{a+1}y^{b-2}$$

a) 10 b) 11 c) 13 d) 12 e) 15

5. Del siguiente polinomio se conocen los siguientes datos

$$GR_{(x)} = 7 \quad ; \quad G.R. (y) = 8$$

$$K_{(x,y)} = 2x^{a+1} - 3x^a y^b + 5y^{b+2}$$

¿Cuál es el G.A de $k_{(x,y)}$?

a) 10 b) 11 c) 12 d) 18 e) 20

6. Dado el polinomio:

$$B_{(x,y)} = 6x^{a-2}y^{b+5} + 3x^{a-3}y^b + 7x^{a-1}y^{b+6}$$

Hallar: "ab", si el grado absoluto es 17 y el G.R. $_{(x)} = 6$

a) 30 b) 45 c) 35 d) 20 e) 10

7. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son falsas?

I. El grado de un monomio puede ser negativo.

II. Todo término algebraico tiene grado.

III. El grado de un monomio puede ser una fracción.

IV. En un monomio el grado está dado por el mayor exponente de todas sus letras.

a) I y II b) sólo I c) I y III

d) sólo II e) todas

8. Dado el polinomio:

$$Q_{(x,y)} = x^{2a-1}y^{\sqrt{a}} + x^a y^{9-2a} ; m > 1$$

Indicar el valor de $GR_{(x)} + GR_{(y)} + G.A. (p)$

a) 15 b) 18 c) 16 d) 20 e) 1

9. Calcular "a + b", si se sabe que el monomio:

$$4^b x^{a+b} y^{a+2b}$$

Tiene G.A = 10 Y G.R. $_{(y)}$ = 6

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 5

10. Calcular el valor de "a - b", en la expresión :

$$\frac{x^{a+1}y^{b-2}}{x^{b-1}y^{2-a}}$$

Si $G.R_{(x)} = 8$; $G.R_{(y)} = 6$

a) 0 b) 2 c) 4 d) 8 e) 6