SEPARATAS DE DETERMINANTES

Los Determinantes

Sea A una matriz cuadrado el determinante de dicha matriz $|A|$ = Det. (A) es la regla funcional que el actuar sobre los elementos de A que originan un único valor numérico.

Sea: A= $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 15 & 2 & 1 \\ 10 & 1 & 3 \end{vmatrix}$; $|A|$ = det. (A) = -60

B= $\begin{vmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$ $|A|$ = det. (B) = 13

Determinante de una matriz de Orden Dos

Diagonal Secundaria

Sea A = $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$

Diagonal principal

$$\boxed{|A| = \text{det. (A)} = a_1 \text{ x } b_2 - a_2 \text{ x } b_1}$$

"El determinante de A es el producto de los elementos de la diagonal principal Menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria".

Determinante de una Matriz de Orden tres

Sea: $A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{array}{l} -C_1\, b_2\, a_3 \\ -C_2\, b_3\, a_1 \\ -C_3\, b_1\, a_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} a_1\, b_1\, C_1 \\ a_2\, b_2\, C_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} -a_1\, b_2\, C_3 \\ -a_2\, b_3\, C_1 \\ -a_3\, b_1\, C_2 \end{array}$

$$|A| = \text{det.(A)} = a_1\, b_2\, C_3 + a_2\, b_3\, C_1 + a_3\, b_1\, C_2$$

$$C_1\, b_2\, a_3 - C_2\, b_3\, a_1 - C_3\, b_1\, a_2$$

También se conoce a este método como REGLA DE SARRUS

MENORES COMPLEMENTARIOS Y COFACTORES DE UNA MATRIZ

Sea A una matriz cuadrado de orden R; se denomina MENOR (M) a la matriz cuadrada de orden (n - 1) que resulta de eliminar todos los elementos de una fila y una columna determinada por un elemento cualquiera de dicha matriz. Pro ejemplo:

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \quad = \quad \begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

$$M_{a_1} = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad M_{b_2} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$M_{b_1} = \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad M_{c_3} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

En consecuencia

01. El determinante Det. (M) se llama MENOR Complementario de un elemento cualquiera de la matriz A. Por ejemplo:

Det. $M_{a_1} = b_2 \text{ x } C_3 \text{ - } b_3 \text{ x } C_2$

Det. $M_{b_1} = a_2 \text{ x } C_3 \text{ - } a_3 \text{ x } C_2$

Det $M_{b_1} = a_1 \text{ x } C_3 \text{ - } a_3 \text{ x } C_1$

Det. $M_{C_1} = a_1 \text{ x } b_2 \text{ - } a_2 \text{ x } b_1$

02. Se define por confactor de un elemento cualquiera de la Matriz A que se representa como A_{a_x} a la matriz cuadrada que resulta de aplicar la regla de Signos y el Menor, Por ejemplo.

$$A_{a_x} = (+) = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$A_{b_x} = (-) = \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$A_{b_x} = (+) = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$A_{c_x} = (+) = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

TEOREMA DE LAPLACE RELATIVO AL DESARROLLO DEL DETERMINANTE DE UNA MATRIZ POR MEDIO DE SUS COFACTORES.

Sea $A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$; entonces

$$|A| = \text{det.}(A) = a_1 x \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 x \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + C_1 x \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

Se Deberá tener en cuenta la “REGLA DE SIGNOS”

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Sea: $A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

   Hallar: | A |

   Resolución

2. Sea: $B = \begin{vmatrix} m & m^2 - 1 \\ n & m^2 + 1 \end{vmatrix}$

   Hallar: | B |

   Resolución

3. Sea: $C = \begin{vmatrix} \text{Sen}\theta & \text{Cos}\theta \\ -\text{Cos}\theta & \text{Sen}\theta \end{vmatrix}$

   Hallar: | C

   Resolución

4. Sea: $M = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

   Hallar: | M |

   Resolución

5. Mediante la regla de Sarrus calcular el determinante de la siguiente matriz

$$A = \begin{vmatrix} 15 & 3 & 4 \\ 7 & 11 & 9 \\ 2 & 10 & 13 \end{vmatrix}$$

   Resolución

6. Sea: $A = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 9 & 4 & 8 \\ 21 & 11 & 17 \end{vmatrix}$ Calcular el menor complementario y el cofactor de los elementos 5, 11 y 8.

   Resolución

7. Mediante el teorema de Laplace el determinante de A por cuadro de sus cofactores:

$$A=\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 3 \\ 10 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

Resolución

REFORZANDO
MIS CAPACIDADES

1. Hallar del determinante de A ; si $A=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$

a) 10 b) 9 C) 8
d) 7 e) 6

02. Calcular el determinante de $A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

a) -11 b) -12 c)-13 d)-14 e) -15

03. Calcular el determinante de $A=\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ y $B=\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$ Luego: Hallar $\dfrac{|A|}{|B|}$

a) $-\dfrac{11}{16}$ b) $\dfrac{11}{16}$ c) $\dfrac{1}{11}$
d) $\dfrac{1}{16}$ e) $\dfrac{16}{11}$

04. Hallar $\dfrac{|A|}{|B|}$ Si $A=\begin{vmatrix} 12 & 4 \\ 20 & -12 \end{vmatrix}$ y $B=\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -12 \end{vmatrix}$

a) $-\dfrac{56}{5}$ b) $\dfrac{56}{5}$ c) $-\dfrac{5}{56}$ d) $\dfrac{5}{56}$ e) $\dfrac{10}{56}$

05. Si la matriz $A=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -3 \\ 5 & \sqrt{2} & -2 \end{vmatrix}$ Calcular el menor complementario del elemento 3

a) $4+3\sqrt{2}$ b) $-4+3\sqrt{2}$ c) $4-3\sqrt{2}$ d) $-4-3\sqrt{2}$ e) N.A.

06. De la matriz anterior calcule el menor complementario del elemento 5 y 2 (en ese orden)

a) -11 y -26 b)-11 y 26 C)11 y -26 d)-11 y 26 e) N.A.

07. Sea. $A=\begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & -5 \\ 9 & -1 & 7 \end{vmatrix}$

Calcular el menor complementario y el cofactor del elemento a_{32} (ubicado entre la fila # 3 y la columna # 2) en ese orden.

a) –23 y 23
b) 5 y –5
c) 23 y -23
d) 5 y 5
e) N.A.

08. Hallar el determinante de :

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$$

(a) (a+b) (b+c) (a+c)
(b) (a+b) (b-c) (a -c)
(c) (a+b) (b+c) (a- c)
(d) (a-b) (b-c) (c -a)
(e) (a-b) (b-c) (a -c)

09. Mediante el método de los cofactores aplicados a los elementos de la 1era fila, halle Ud. El determinante de M. $M = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 10 & 12 & 19 \\ 7 & 4 & 8 \end{vmatrix}$

a) 137 b) –137 c) 136 d) -136 e) N.A.

10. Mediante el método de los Cofactores aplicados de la 1era Fila encuentra el valor del determinante

$$N = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

a) –33 b)33 c) 32 d) –32