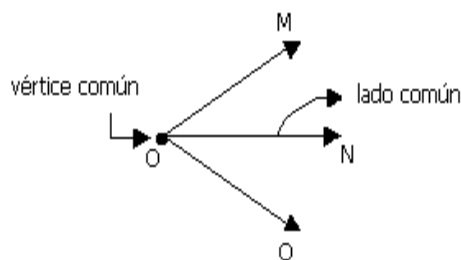




SEPARATAS DE ÁNGULOS

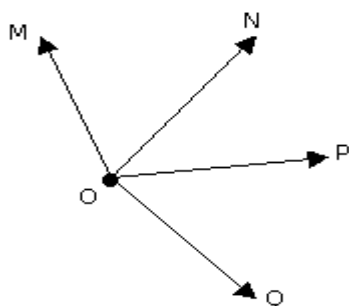
1. Ángulos adyacentes

Son dos ángulos consecutivos que tienen un lado y un vértice común y suman 180° .



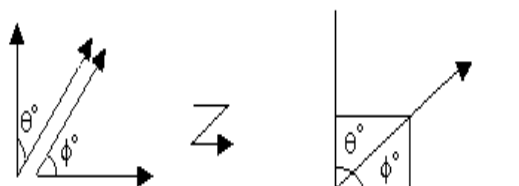
2. Ángulos consecutivos

Son aquellos que están uno a continuación del otro teniendo el mismo vértice.



3. Ángulos complementarios

Dos ángulos se llaman complementarios si sus medidas suman 90° .



$$\theta + \phi = 90^\circ$$

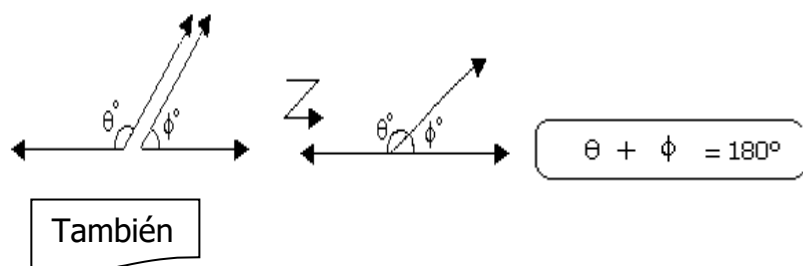
También

C_θ : Complemento de θ $C_\theta = 90 - \theta$

C : Complemento de $C = 90^\circ -$

4. Ángulos suplementarios

Dos ángulos se llaman suplementarios si sus medidas suman 180° .

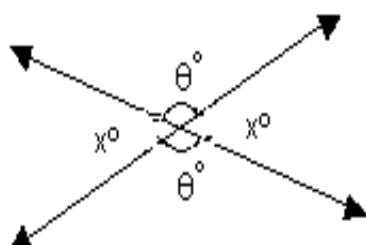


S_θ : Suplemento de θ $S_\theta = 180 - \theta$

S : Suplemento de $S = 180 -$

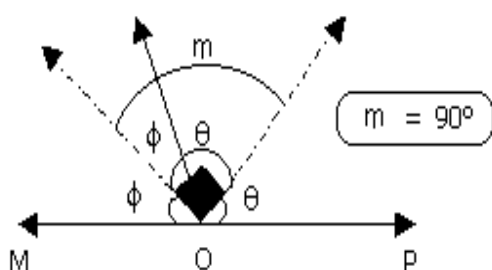
5. Ángulos opuestos por el vértice

Son dos ángulos congruentes.

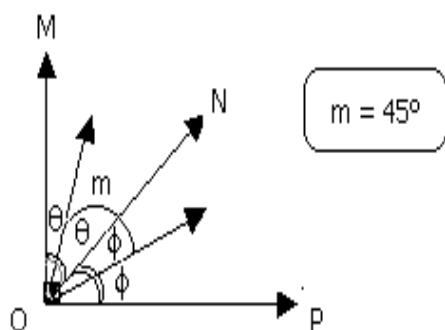


Propiedades

A. Las bisectrices de dos ángulos adyacentes forman un ángulo de 90° .



B. Las bisectrices de dos ángulos consecutivos y complementarios forman un ángulo de 45° .



Observaciones:

1. Los ángulos negativos no tienen complemento.

Ejemplo :

$$C_{-30} = \text{no existe}$$

$$C_{-40} = \text{no existe}$$

2. Los ángulos mayores que 90° no tienen complemento.

Ejemplo :

$$C_{120^\circ} = \text{no existe}$$

$$C_{170^\circ} = \text{no existe}$$

3. El suplemento de un ángulo negativo no existe.

Ejemplo :

$$S_{-30} = \text{no existe}$$

$$S_{130} = \text{no existe}$$

4. El suplemento de un ángulo mayor de 180° no existe.

Ejemplo :

$$S_{300^\circ} = \text{no existe}$$

$$S_{275^\circ} = \text{no existe}$$

5. Todo ángulo agudo tiene complemento y suplemento.
6. Los ángulos obtusos tienen sólo suplemento.
7. A los ángulos adyacentes se les denomina par lineal.

EJEMPLOS :

1. Calcular "x", en la expresión mostrada:

$$\frac{SCS_x - CS_x}{S_x}$$

Siendo: C = complemento

S = suplemento

Resolución :

$$SC \frac{(180 - x) - C(180 - x)}{180 - x}$$

$$S \frac{[90 - (180 - x)] - [90 - (180 - x)]}{(180 - x)}$$

$$\frac{[(180 - (-90 + x)) - (-90 + x)]}{(180 - x)} =$$

$$\frac{270 - x + 90 - x}{180 - x} = \frac{(180 - x)^2}{(180 - x)} = 2$$

2. Si el suplemento del complemento de la medida de un ángulo, es igual al cuadrado de la medida del mismo ángulo; calcular dicha medida.

Resolución:

$$SCx = x^2$$

$$S(90-x) = x^2$$

$$180-(90-x)=x^2$$

$$90+x= x^2$$

$$x^2 - x - 90 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \\ \swarrow \searrow \\ +9 \rightarrow x + 9 = 0 \Rightarrow x = -9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x \\ \swarrow \searrow \\ -10 \rightarrow x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \end{array}$$

$$x = 10^\circ$$

3. Si a la medida de un ángulo se le resta dos grados más que la tercera parte de su complemento, resulta un cuarto del suplemento del ángulo, disminuido en un grado. ¿Cuánto mide dicho ángulo?

Resolución :

$$x - \left(\frac{Cx}{3} + 2^\circ \right) = \frac{1}{4} Sx - 1$$

$$x - \left(\frac{90 - x}{3} + 2 \right) = \frac{1}{4} (180 - x) - 1$$

$$x - 30 + \frac{x}{3} - 2 = 45 - \frac{x}{4} - 1$$

$$\frac{4x}{3} + \frac{x}{4} = 44 + 32$$

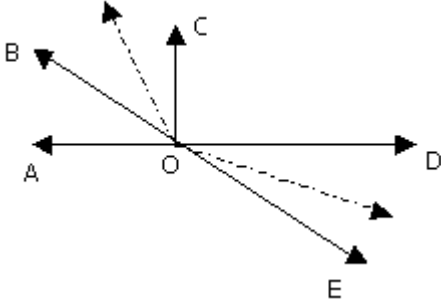
$$\frac{19x}{12} = 76$$

$$x = -\frac{76(12)}{19} = 48^\circ$$

4. En la siguiente figura

$$m \angle BOC = m \angle DOE = \frac{1}{3} (m \angle COD)$$

Hallar la medida del ángulo determinado por las bisectrices de los ángulos BOC y DOE.



Resolución:

$$\angle BOC = \angle DOE = \frac{1}{3} \angle COD$$

$$3(\angle BOC) = \angle COD$$

$$10a = 180 \Rightarrow a = 18^\circ$$

$$x = 8a$$

$$x = 8(18)$$

$$x = 144^\circ$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Hallar el CCC.... C₅₀; si hay 50 veces complemento (C → complemento).

- | | | |
|--------|--------|--------|
| a) 40° | b) 50° | c) 20° |
| d) 60° | e) 70° | |

Resolución:

2. Hallar el SSS.... S₁₀₀; si hay 1001 veces suplemento (S → suplemento)

- | | | |
|----------|---------|--------|
| a) 100° | b) 120° | c) 80° |
| d) 1001° | e) n.a | |

Resolución:

3. Se tienen los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ y $\widehat{DOA}$ que son proporcionales a los números 2, 3, 4 y 8 respectivamente. Hallar el menor ángulo que forman las bisectrices del primer y el último ángulo.

- a) 20° b) 50° c) 70°
d) 85° e) 100°

Resolución:

4. Se tiene los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{COD}$; tal que: $m\angle BOD = 3m\angle AOB = 60^\circ$ $\wedge$ $m\angle COD = 3m\angle AOC$, hallar: $m\angle BOC$.

- a) 25° b) 15° c) 30°
d) 45° e) n.a

Resolución:

5. El suplemento del complemento de la medida de un ángulo, es igual al doble del complemento de la medida de dicho ángulo. Calcular el complemento de la mitad de la medida de dicho ángulo.

- a) 30° b) 40° c) 55°
d) 75° e) 65°

Resolución:

6. Si a la medida de un ángulo le disminuimos su cuarta parte más que la mitad que su complemento, resulta un tercio de la diferencia entre el complemento y el suplemento de la medida del mismo ángulo. Hallar dicho ángulo.

- a) 30° b) 18° c) 12°
d) 14° e) 24°

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. La suma de las medidas de dos ángulos es 80° y el complemento de la medida del primero es el doble del segundo. Hallar la diferencia de las medidas de dichos ángulos.

- a) 70° b) 60° c) 80°
d) 56° e) 65°

2. Se tienen los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{COD}$. Se trazan las bisectrices $\overrightarrow{OM}$ y $\overrightarrow{ON}$ de los ángulos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{COD}$ respectivamente. Hallar la medida del $\angle AOC$ sabiendo que: $m\angle MON = 90^\circ$ y $m\angle BOD = 82^\circ$.

- a) 88° b) 98° c) 68°
d) 72° e) 58°

3. La tercera parte de la mitad del complemento del suplemento de la medida de un ángulo excede en 8° a los tres quintos del complemento de la mitad de la medida del mismo ángulo. Hallar la medida de dicho ángulo.
- a) 89° b) 125° c) 165°
d) 150° e) 75°
4. Se tienen los ángulos consecutivos A O B, B O C y COD tal que: $m \angle AOC = m \angle BOD = 90^\circ$. Hallar la medida del ángulo formado por las bisectrices del AOB y COD.
- a) 45° b) 90° c) 110°
d) 87° e) 68°
5. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que: $m \angle AOB = 40$ y $m \angle COD = 60$. Hallar la medida del ángulo formado por las bisectrices de AOC y BOD.
- a) 30° b) 20° c) 50°
d) 100° e) 35°
6. Se trazan los ángulos adyacentes AOB, BOC, COD, si $m \angle AOB = m \angle COD = b^\circ$ y $m \angle AOD = a^\circ$. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.
- a) $\frac{a-3b}{2}$ b) $\frac{b}{2}$ c) $\frac{a}{3}$
d) b e) $2a$
7. Se consideran los ángulos adyacentes suplementarios AOB y BOC se trazan las bisectrices OP y OY de los ángulos AOB y BOC, luego se traza OZ, bisectriz del $\angle POY$, si un $\angle AOB - m \angle BOC = 60^\circ$. Hallar la medida del $\angle BOZ$.
- a) 12° b) 13° c) 15°
d) 30° e) 25°
8. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD, DOE y EOF; tal que: $m \angle AOF = 180^\circ$, $m \angle BOD = 90^\circ$ Y $\angle AOB = 3m \angle DOE$. Hallar la $m \angle BOC$, sabiendo además que los rayos OE y OD son las bisectrices de los ángulos DOF y COF respectivamente.
- a) 18° b) 36° c) 54°
d) 26° e) 33°
9. La medida de un ángulo es θ . Si la diferencia entre los $\frac{5}{6}$ del suplemento de θ y el complemento de $\frac{\theta}{2}$ excede en $\frac{\theta}{15}$ el doble del complemento de θ . Hallar el suplemento del complemento de θ .
- a) 140° b) 155° c) 165°
d) 170° e) 175°

10. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que OP, OQ, OR y OS son las bisectrices de los ángulos AOB, COD, AOC y BOD respectivamente. Si $m\angle POQ + m\angle ROS = 144^\circ$. Calcular $m\angle AOD$.

- a) 144° b) 164° c) 72°
d) 124° e) 154°