



SEGMENTOS

Objetivos

Al finalizar el presente capítulo, el lector estará en la capacidad de:

- Establecer las posiciones relativas de dos rectas en el plano y además las propiedades de los ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal.
- Conocer la definición de distancia entre dos puntos y entre un punto y una recta.

Introducción

El hombre de la prehistoria, con sus conceptos primitivos de número y de medida, es probable que haya contado con los dedos u otros objetos y que haya medido las longitudes de ciertas líneas comparándolas con ciertas partes de su cuerpo (medición antropométrica). Entonces, el hombre de esos tiempos ya tenía la idea de línea, el cual fue perfeccionando para lograr el desarrollo de la humanidad (los egipcios en la construcción de las pirámides, los incas en la construcción de andenes).

También el hombre ya tenía la idea de ángulo, lo que sirvió para dar forma a figuras cerradas que usaba para delimitar los terrenos de cultivo, dar forma a los bloques de piedras para las edificaciones.

En la actualidad también notamos el uso de estas figuras en el diseño de ciertos objetos.

Elementos fundamentales de la geometría

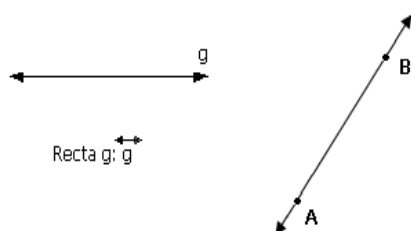
El objeto que están en nuestro entorno nos dan la idea intuitiva de cuerpo geométrico, superficie geométrica, línea y punto. Una vez adquiridas estas nociones intuitivas, la mente hace abstracción de los cuerpos materiales que han tomado de base y pasa de lo concreto a lo abstracto.

Para la geometría; el punto, la recta, el plano son elementos fundamentales que no se definen, sólo surgen de la idea partiendo de la realidad y formulando después las propiedades que caracterizan a cada uno de estos elementos.

A. Representación gráfica de un punto

- $\dot{A}$ Notación: Punto A.

B. Representación gráfica de una recta



Notación: $\longleftrightarrow$
Recta AB : AB

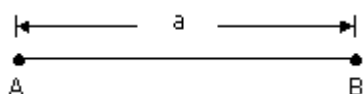
C. Representación gráfica de un plano.



SEGMENTO

1. **CONCEPTO**

Es una parte de la recta comprendida entre dos puntos, a los cuales se le denominan extremos del segmento.



Así, en el gráfico se tiene el segmento de extremos A y B.

Notación: Segmento AB : $\overline{AB}$

2. **LONGITUD DE UN SEGMENTO**

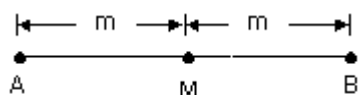
Expresa el tamaño o medida de un segmento y resulta de la comparación del segmento con otro, que es tomado como unidad (metro); por ejemplo: si un segmento contiene 3 veces la unidad (metro) entonces dicho segmento tiene una longitud de 3 m.

Si la longitud de un segmento no se conoce, ésta convencionalmente se indicará con una letra latina minúscula. Así, del gráfico anterior, "a" es la longitud del segmento AB, entonces $\boxed{AB = a}$.

AB: Se lee "longitud del segmento AB"

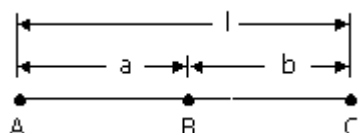
3. **PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO**

Es aquel punto que pertenece al segmento y que lo divide en dos segmentos parciales de igual longitud.



Si: $M \in \overline{AB}$ y $AM=MB$; entonces M es el punto medio de $\overline{AB}$.

4. **OPERACIONES CON LAS LONGITUDES DE SEGMENTOS**



En la figura los puntos A, B y C son colineales y consecutivos, entonces, se establecen las siguientes operaciones con las longitudes de los segmentos.

5. ADICIÓN DE LONGITUDES DE SEGMENTOS

Del gráfico:

$$AC = AB + BC \Rightarrow$$

$$L = a + b$$

6. SUSTRACCIÓN DE LONGITUDES DE SEGMENTOS

Del gráfico:

$$AB = AC - BC$$

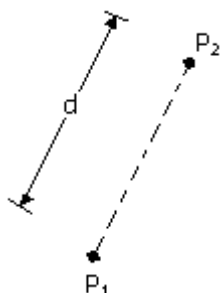
$$\Rightarrow a = l -$$

7. Nota

La distancia entre dos puntos, es la longitud de segmento que tiene por extremos a dichos puntos.

Sean P_1 y P_2 dos puntos dados:

Si: $P_1P_2 = d$



Luego:

d : distancia entre P_1 y P_2

EJEMPLOS:

1. En la figura, calcular "y" si "P" es punto medio de $\overline{MN}$.



Resolución:

Se aplica punto medio:

$$\overline{MP} = \overline{PN}$$

$$(12 + 4a)y = 12(a + y)$$

$$12y + 4ay = 12a + 12y$$

$$4ay = 12a$$

$$4y = 12$$

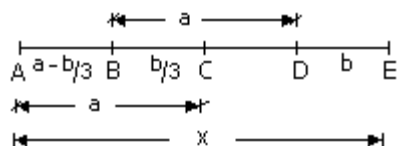
$$y = 3$$

2. Los puntos A, B, C, D se encuentran sobre una recta, si $AB \cdot CD = AD \cdot BC$, y $AB + AD = 2AB \cdot AD$; encontrar AC.

Resolución:

3. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C, D, E, si $DE=3BC$, $AC=BD$, $3AB+2DE=108$. Calcular AE.

Resolución:



$$3AB + 2DE = 108$$

$$3\left(a - \frac{b}{3}\right) + 2b = 108$$

$$3a - b + 2b = 108$$

$$3a + b = 108 \quad (1)$$

Del gráfico:

$$a - \frac{b}{3} + a + b = x$$

$$2\frac{(3a + b)}{3} = x \quad (2)$$

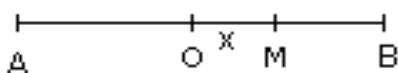
$$(1) \quad \text{en} \quad (2)$$

$$\frac{2(108)}{3} = x$$

$$72 = x$$

4. Si "O" es un punto medio de un segmento AB y "M" es un punto cualquiera de AB, demostrar que $2OM = AM - MB$.

Resolución:



$$2OM = AM - MB$$

$$2x = a + x - (a - x)$$

$$2x = a + x - a + x$$

$$2x = 2x \quad \text{I q.q.d.}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos M, N, P y Q de manera que: $MN - MP + 2 = NQ - PQ$.
Hallar NP

a) 0.5 b) 1,5 c) 2 d) 2 e) 2,5

Resolución:

2. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C, D y E sobre una línea recta. Si:

$$12 AB = 6BC = 4CD = 3DE \text{ y}$$

$$AB + CD = BC + DE - 2. \text{ Hallar:}$$

$$AB + \frac{BC}{2} + \frac{CD}{5} + \frac{DE}{4}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Resolución:

3. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos P, E, R y U de tal manera que $3 PR = 5EU$ y $5RU + 2ER = 18$. Hallar PE.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Resolución:

4. Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D y E, con la siguiente condición: $AC + BD + CE = 324$; $\frac{BD}{11} = \frac{AE}{7}$. Hallar AE

a) 18 b) 72 c) 77
d) 128 e) 126

Resolución:

5. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C y D sobre una línea recta, tal que: $AB + CD = 8$ y $CD - BC = AC$. Hallar $AD - BC$

a) 4 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

Resolución:

6. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C, D, E, F, G, H, sobre una línea recta, de tal modo que: $AB = BC$ y $DE = EF = FG = GH$. Además: $\frac{AD}{9} = \frac{AH}{25}$ y $DE = 32$. Hallar BF.

a) 21 b) 23 c) 26 d) 28 e) 30

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

- Sobre una línea recta se reconsideran los puntos consecutivos A, B, C y E tal que: $AC = CE$; $AB + CD = 16$ y $DE - BC = 4$. Hallar CD.
a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12
- Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D y E, de tal modo que: $AC = CE$; $AD + AB = 2BE$ y $BD = 4$. Hallar BC.
a) 0,5 b) 1 c) 1,5 d) 2 e) 2,5
- Se dan los puntos consecutivos M, A, Q, B y de tal manera que: $AQ = QB$ y $4MA \cdot MB = 28 - AB^2$. Hallar MQ^2
a) 3 b) 5 c) 7 d) 9 e) 11
- Sobre una línea recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D y E de modo que: $AC + BD + CE = 100$; $AE = 60$ y $7BC = 3CD$. Hallar BC.
a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18
- Sobre una línea recta  se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D; con la siguiente condición: $AB \cdot CD = AD \cdot BC$.
Calcular la longitud del segmento $\overline{AC}$.
Si $\frac{2x+1}{AD \cdot BC} = \frac{1}{BC} + \frac{1}{AD} - \frac{1}{K+2}$
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
- En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, si:
 $(AB)(CD) = (AD)(BC)$ y $\frac{a}{B} + \frac{b}{AD} + \frac{c}{CD} = \frac{d}{BC}$
Calcule $a + b + c + d$
a) 3 b) 2 c) 6 d) 4 e) 5
- En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tal que:
 $(AD)(BE) = 80m^2$, calcule $AD - BE$ si: $AC + BC + CD + CE = 18m$. ($AD > BE$).
a) 3 m b) 2 m c) 2,5 m
d) 3,5 m e) 4 m
- Sean los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D tal que: $BC = AB + 1$ y $CD = AB - 3$. Calcule AD, si AB es número entero.
a) 1 b) 9 c) 10 d) 12 e) 13
- Se ubican los puntos consecutivos y colineales A, B, C y D tal que M es punto medio de $\overline{AD}$. Si $BC = 2m$, $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{3}{8}$ y $AM = 7M$. Calcule AD
a) 16 m b) 18 m c) 14m
d) 15m e) 12m

10. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B y C siendo M, N y Q puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{MC}$ y $\overline{BN}$ respectivamente, si $NC - AM = 10$ y $MN > MB$, calcule QM.
- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 2,5