



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS USANDO ECUACIONES

Resolución de Problemas utilizando ecuaciones de Primer Grado con una incógnita

Problema: Problema es la investigación de términos desconocidos por medio de los conocidos.

Resolver un Problema: Quiere decir: Hallar el valor de la incógnita, hallar una igualdad la cual desarrollada, satisfaga al valor de la incógnita. Y así toda clase de ecuación es una expresión más sencilla de un problema dado; por ejemplo la siguiente ecuación: $3x + 5 = 11$; puede ser expresión algebraica de este problema.

¿Cuál es el número cuyo triple aumentado en 5 sea igual a 11?

- Luego el número desconocido es "x"
- Cuyo triple es: $3x$
- Aumentado en 5 es: $3x + 5$
- Es igual a 11; o sea: $3x + 5 = 11$

Resolviendo la ecuación: $3x + 5 = 11$; tenemos que:

$$3x = 11 - 5 = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} = 2 \quad x = 2$$

Rpta: El número es 2

Planteo de un Problema: Por plantear un problema se entiende acomodar todos sus términos conocidos y desconocidos con respecto a la incógnita, de tal suerte que obtenga una ecuación, expresando fielmente el sentido del problema dado.

Normas para el planteo: Aunque no hay reglas fijas para el planteo de problemas, de donde vienen las dificultades para resolver, estas se superan y vencen únicamente con la constante práctica de múltiples y variados problemas (Ejercicios). Con todo se pueden seguir estas normas generales:

- a) Saber determinar bien, cuál es la cantidad que se ha de considerar como incógnita del problema.
- b) Relacionar con precisión estas cantidades entre sí, con respecto a la incógnita.
- c) Igualar las expresiones equivalentes, resolviendo la ecuación obtenida.

Ejemplo: ¿Cuál es el número cuyos $\frac{2}{5}$, aumentado en 3 es igual a sus $\frac{3}{4}$, disminuido en 4?

Raciocinio: El número buscado es "x".

Los $\frac{2}{5}$ del número, aumentado en 3

$$\underbrace{\frac{2}{5}x}_{\frac{2}{5}x} \quad \underbrace{+3}_{+3}$$

es igual a sus $\frac{3}{4}$, disminuido en 4

$$= \frac{3}{4}x - 4$$

Planteo: $\frac{2}{5}x + 3 = \frac{3}{4}x - 4$; transponemos términos.

$$\frac{2}{5}x - \frac{3}{4}x = -4 - 3 \Rightarrow \frac{4.2x - 5.3x}{5.4} = -7 \Rightarrow \frac{8x - 15x}{20} = -7$$

$$\Rightarrow -7x = -7 \cdot 20 \Rightarrow \therefore x = 20$$

Rpta: El número buscado es 20

Clases de Problemas: Considerando los valores que corresponden a las raíces de los problemas, éstos pueden ser:

- a) **Determinados:** Cuando tienen un número limitado de soluciones.
- b) **Indeterminados:** Cuando tienen un número ilimitado de soluciones.
- c) **Absurdos:** Cuando la solución no satisface al problema o es imposible hallar su valor.

Veamos ahora algunos ejemplos de problemas:

- a) **Problemas determinados:** Un padre tiene 46 años y su hijo 18 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el doble de la edad del hijo?

Raciocinio:

- La edad del padre es 46 años
- La edad del hijo es 18 años.

Dentro de cuántos años, o sea "x" para ambos.

Luego: La edad del padre será: $46 + x$

La edad del hijo será: $18 + x$

Enunciado: La edad del padre ($46 + x$) será el doble de la del hijo [$2(18 + x)$]

Planteo: $46 + x = 2(18 + x)$
 $46 + x = 36 + 2x$
 $46 - 36 = 2x - x \therefore 10 = x$

Rpta:

Dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad del hijo:

$$\underbrace{46 + 10}_{56} = 2(\underbrace{18 + 10}_{28}) \Rightarrow 56 = 2(28)$$

$$\Rightarrow \boxed{56 = 56}$$

- b) **Problema indeterminado:** Halla un número cuyos dos tercios ($2/3$) sumado con un quinto ($1/5$) del mismo número resulta sus trece quinceavos ($13/15$)

Raciocinio:

- El número buscado es: x
- Cuyo dos tercios es: $\frac{2}{3}x$
- Sumados con $\frac{1}{5}$ del número que es: $\frac{1}{5}x$
- Resulte igual a $\frac{13}{15}$ del número que es: $\frac{13}{15}x$

Planteo: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x = \frac{13}{15}x$; damos Común denominador

$$\begin{array}{r|l} 3 - 5 - 15 & 3 \\ 1 - 5 - 5 & 5 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array}$$

C.D.: $3 \times 5 = 15$

C.D. Significa **Comun Denominador**

$$\frac{5.2x}{15} + \frac{3.1x}{15} = \frac{13x}{15}; \text{ simplificamos los denominadores}$$

$$10x + 3x = 13x; \text{ pasamos "13x" al primer miembro}$$

$$\begin{aligned} 10x + 3x - 13x &= 0 \\ (10 + 3 - 13)x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0x &= 0 \\ x &= \frac{0}{0} = \textbf{Indeterminado} \end{aligned}$$

Lo hallado no determina ningún valor concreto, más bien indica que cualquier valor puede satisfacer al problema propuesto.

c) Problema Absurdo o Imposible: Se han repartido chocolates entre cierto número de niños; dando a cada uno 4 chocolates, sobrarían 2; pero dando a cada uno 6 chocolates faltarían 3. Hallar el número de niños.

Raciocinio: Hay " x " niños.

- Dando 4 chocolates a cada uno, tenemos que $4 \cdot x = 4x$ en este caso sobran 2, o sea: $(4x + 2)$ chocolates.
- Y dando 6 chocolates a cada uno tenemos que $6 \cdot x = 6x$ pero faltarán 3 o sea: $(6x - 3)$ chocolates.

Planteo: Igualando: $4x + 2 = 6x - 3$

Transponemos términos:

$$\begin{aligned} 4x - 6x &= -3 - 2 \\ -2x &= -5 \\ x &= \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Este resultado $2\frac{1}{2}$ es **absurdo** en si y no satisface al sentido del problema, porque el número de niños ha de ser un número que exprese enteros positivos.

El valor hallado $x = 2\frac{1}{2}$ satisface a la ecuación pero de ninguna manera al problema propuesto.

Recuerda que:

$$\frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

PROBLEMAS RESUELTOS SOBRE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCOGNITA

Problema 1

¿Cuál es el número que sumando a 10 nos da 28?

Resolución:

- Representamos este número desconocido por "x"
- Que sumado a 10, o sea: $x + 10$
- Nos da 28; o sea: $x + 10 = 28$

Resolviendo la ecuación tenemos:

$$x = 28 - 10 \Rightarrow \therefore \boxed{x = 18}$$

Rpta: El número que busca es 18

Problema 2

¿Cuál es el número cuyo triple producto; aumentado en 1 sea igual a 22?

Resolución:

- Representamos este número desconocido por "x"
- Cuyo triple producto es $3 \cdot x$, o sea: $3x$
- Aumentado en 1 o sea: $3x + 1$
- Es igual a 22 o sea: $3x + 1 = 22$

Resolviendo la ecuación tenemos:

$$3x = 22 - 1 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{3} = 7$$

$$\therefore \boxed{x = 7}$$

Rpta: El número que busca es 7

Problema 3

¿Cuál es el número cuyo triple producto; aumentado en 2 es igual a 48?

Resolución:

- El número buscado es "x"

- Cuyo triple producto aumentado en $2:3(x+2)$
- Es igual a 48 : $3(x + 2) = 48$

Resolviendo la ecuación, tenemos:

$$(x+2) = \frac{48}{3} \Rightarrow x + 2 = 16 \Rightarrow x = 16 - 2$$

$$\therefore \boxed{x = 14}$$

Rpta: El número buscado es 14

Problema 4

¿Cuál es el número cuyos $\frac{2}{3}$; aumentado en 2 es igual a sus $\frac{5}{6}$ disminuidos en 2?

Resolución:

- El número buscado es: "x"
- Cuyos $\frac{2}{3}$; o sea $\frac{2}{3}x$
- Aumentado en 2, o sea: $\frac{2}{3}x + 2$
Sea igual =
- A los $\frac{5}{6}$ del mismo número: $\frac{5}{6}x$
- Disminuidos en 2 o sea: $\frac{5}{6}x - 2$
- El planteo de la ecuación será: $\frac{2}{3}x + 2 = \frac{5}{6}x - 2 \rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}x = -4$; Damos común denominador a los dos miembros.

$$\left. \begin{array}{l} 3 - 6 \\ 3 - 3 \\ 1 - 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \} \quad \text{C.D.} = 2 \times 3 = 6$$

$$\frac{2(2x)}{6} - \frac{1(5x)}{6} = \frac{6(-4)}{6}; \text{ simplificamos los denominadores}$$

$$4x - 5x = -24 \text{ (multiplico ambos miembros por -1)}$$

$$-x = -24$$

$$\therefore \boxed{x = 24}$$

Rpta: El número buscado es 24

Problema 5

Dividir 27 en dos partes tales que una de ellas sea 3 unidades mayor que la otra. Hallar dichas partes

Resolución:

- Sea "x" una de las partes
- La otra parte sería: $x + 3$
- Entiéndase que dividir es repartir, donde la suma de las partes es la cantidad por repartir o dividir.

$$\underbrace{\text{Primera parte}}_x + \underbrace{\text{Segunda parte}}_{(x + 3)} = \underbrace{\text{Cantidad a dividir}}_{27}$$

$$2x = 27 - 3$$

$$2x = 24 \Rightarrow \boxed{x = 12} \text{ 1ra. Parte}$$

$$\text{2da. Parte: } x + 3 \rightarrow 12 + 3 = 15$$

Rpta: Las partes perdidas son 12 y 15

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Tres números enteros consecutivos suman 183. ¿Cuáles son los números?:
2. Cuatro números enteros consecutivos suman 126. ¿Cuáles son los números?
3. Pague S/320 por una licuadora y una batidora. Si la licuadora costó S/80.00 más que la batidora. ¿Cuánto costó cada artefacto?
4. Un padre tiene el triple de la edad del hijo, pero dentro de 15 años tendrá tan sólo el doble de la edad del hijo ¿Cuántos años tienen ahora?
5. Después de cortar $\frac{3}{4}$ del largo de una tabla quedan 30 cm ¿Cuál es el largo de la tabla?
6. Un número más el doble del número, mas el triple del número da 66. Halla el número.
7. Juan tiene el triple de la edad de su hijo. Si dentro de 10 años tendrá el doble ¿Cuántos años tiene Juan y cuánto su hijo?
8. Después de gastar $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{8}$ de lo que tenía, me quedará S/390 ¿Cuánto dinero tenía?

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

Resuelve los problemas con ecuaciones:

1. ¿Cuál es el número que sumado al doble de su inmediato anterior es igual al cuádruplo del siguiente?
2. La mitad más la tercera parte de un número es igual a 2 más la sexta parte del número ¿Cuál es dicho número?
3. Hace tres años, Milagros tenía la mitad de la edad que hoy tiene ¿Cuál es la edad de Milagros?
4. Dentro de 28 años, Ruth tendrá el triple de su edad actual ¿Cuántos años tendrá para ese entonces?

5. La edad de Alessandra hace 12 años es igual a la cuarta parte de la edad que tendrá dentro de 9 años ¿Cuántos años tiene?
6. La suma de un número más 6 es igual a la resta del doble de dicho número menos 3 ¿Cuál es el número?
7. Un auto se desplaza a una velocidad promedio de 75 km/h ¿En cuánto tiempo llegará a una ciudad que se encuentra a 525 km?
8. El quíntuplo de un número, equivale a su cuádruplo, aumentado en 13. ¿Cuál es el número?