



RAZONES Y PROPORCIONES

ARITMETICA

1.- **RAZÓN O RELACIÓN.**- es la comparación de dos cantidades. Esta comparación se puede hacer de dos maneras:

A) **RAZÓN ARITMÉTICA (r).**- Es la comparación entre dos cantidades por medio de una diferencia.

$$a - b = r$$

Términos de
La Razón
Aritmética

a: antecedente
b: consecuente
r: Valor de la
Razón
Aritmética

Ejemplo: $13 - 6 = 7$

B) **RAZÓN GEOMÉTRICA (K).**- Es la comparación entre dos cantidades por medio de un cociente.

Términos de
La razón
Geométrica

$$\frac{a}{b} = K$$

a: antecedente
b: consecuente

K : valor de razón geométrica

Ejemplo: $\frac{15}{5} = 3$

2.- **PROPORCIÓN.**- Se determina así a la igualdad que existe entre 2 razones que tienen el mismo valor.

Pueden ser de dos tipos:

A) **PROPORCIÓN ARITMÉTICA.**- Es cuando se igualan 2 razones aritméticas que tienen el mismo valor.

$$a - b = c - d$$


Medios
Extremos

$$a + d = b + c$$

i) **Proporción Aritmética Discreta.**- Cuando todos los términos son diferentes entre sí.

Ejemplo: $d : 4^{\text{ta}} \text{diferencial}$

Donde: $\left\{ \begin{array}{l} 10 \neq 7 \neq 5 \neq 2 \\ 2 : \text{Cuarta diferencial.} \end{array} \right.$

 $\underline{10+2} = \underline{7+5}$

Extremos Medios

ii) **Proporción aritmética continua:**
Cuando los términos medios son iguales.

$$a - b = b - c$$

b: Media diferencial o media aritmética.

c: 3^{ra} . diferencial.

Ejemplo: $8 - 6 = 6 - 4$

Donde: $\left\{ \begin{array}{l} 6: \text{Media diferencial o} \\ \text{Media aritmética de 8 y 4} \\ 4: \text{Tercera diferencial} \\ \text{de 8 y 6} \end{array} \right.$

OBSERVACIONES:

1) Se cumple que: $b = \frac{a+c}{2}$

2) a ; b y c son los terceros diferenciales.

B) **PROPORCIÓN GEOMÉTRICA:** Es cuando se igualan 2 razones geométricas que tienen el mismo valor.

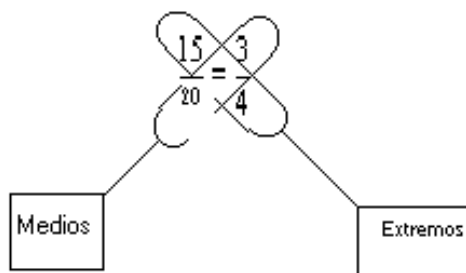
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Donde $\left\{ \begin{array}{l} a \text{ y } d: \text{términos} \\ \text{Extremos} \\ b \text{ y } c: \text{términos} \\ \text{Medios.} \end{array} \right.$

CLASES.-

- i) **Proporción geométrica discreta.**-Cuando todos sus términos son diferentes entre si.

$d : 4^{ta}$ Proporcional

Ejemplo:



4 : Es la 4^{ta} Proporcional.

OBSERVACIONES.

1. $a \neq b \neq c \neq d$; a cada una se les llama las cuartas proporcionales.
2. "a" y d extremos, b y c medios
3. Se cumple que: $a \cdot d = b \cdot c$

- ii) **Proporción geométrica continua.**

Cuando los términos medios son iguales.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Donde :

- b: Media proporcional De a y c.
- C: 3^{ra} proporcional De a y b.

OBSERVACIONES.-

- 1) a; b ; c Son los terceros proporcionales
- 2) "b" es la media proporcional o media geométrica
- 3) Se cumple: $b^2 = a \cdot c$.

PROPIEDADES DE LAS PROPORCIONES. Dada la proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K$$

Entonces:

1. - $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$	2. - $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$
3. - $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$	4. - $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$
5. - $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$	6. - $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
7. - $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{d+c}$	8. - $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$
9. - $\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	

EJEMPLOS APLICATIVOS

1. Cuál es la cuarta diferencial de

60 ; 40 y 30?

Resolución:

$$60 - 40 = 30 - x$$

$$\rightarrow x = 10$$

2.- ¿Cuál es la media diferencial de 84 y 24?

Resolución:

$$84 - X = X - 24$$

$$\rightarrow X = 54$$

3.-¿Cuál es la tercera diferencial de 92 y 48?

Resolución:

$$92 - 48 = 48 - X$$

$$\rightarrow X = 4$$

4.- El producto de los 4 términos de una proporción geométrica continua es 20736. Si la suma de los antecedentes es 15. ¿Cuál es el mayor de los términos de la proporción?

Resolución:

Dada la proporción geométrica continua. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

Por dato del problema tenemos:

$$a + b = 15 ; ab^2 c = 20736$$

$$\rightarrow ac = b^2 ; \rightarrow b^4 = 20736$$

$$\rightarrow b = 12$$

$$\rightarrow a = 3$$

$$\rightarrow 3c = 144 \rightarrow c = 48$$

5.- Dos números están en la relación de 2 a 7. Si la suma de dichos números es 72; determinar el mayor de ellos.

Resolución:

Sean los números a y b.

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{7} ; a + b = 72$$

Según la propiedad:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

Se obtiene:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{7} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{2+7}{7} \dots (1)$$

Reemplazando el dato $a + b = 72$ en (1):

$$\frac{72}{b} = 9/7 \rightarrow b = 56$$

$$\rightarrow a + b = 72$$

$$a + 56 = 72 \rightarrow a = 16$$

$$\rightarrow \text{El mayor es : } b = 56$$

6.- ¿Cuál es la cuarta proporcional de 40; 60 y 160?

Resolución:

$$\frac{40}{60} = \frac{160}{x}$$

$$x = \frac{60 \times 160}{40}$$

$$x = 240$$

7.- Hallar los valores de X e Y en las siguientes proporciones:

a) $\frac{X}{3} = \frac{Y}{4} ; X + Y = 28$

b) $\frac{X+Y}{Y} = \frac{17}{5} ; X - Y = 105$

Resolución:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } x &= 3k ; y = 4k \\
 3k + 4k &= 28 \\
 7k &= 28 \\
 k &= 4; x = 3(4) = 12 \\
 y &= 4(4) = 16 \\
 \text{b) } 5x + 5y &= 17y \quad x = 12k \\
 5x &= 12y \quad y = 5k \\
 12k - 5k &= 105 \\
 7k &= 105 \Rightarrow k = 15 \\
 x &= 12(15) = 180 \\
 y &= 5(15) = 75
 \end{aligned}$$

8.- La suma de dos números es 90 y su diferencia es 18. Hallar la razón geométrica entre dichos números.

Resolución:

$$\begin{aligned}
 a + b &= 90 \\
 a - b &= 18 \\
 \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} &= \frac{90}{18} \\
 18a + 18b &= 90a - 90b \\
 a + b &= 5a - 5b \\
 6b &= 4a \\
 a &= 6 \wedge b = 4 \\
 \text{R.g} &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

9.- La diferencia de los cuadrados de dos números es 640 y la razón de dichos números es $\frac{7}{3}$. ¿Cuáles son esos números?

$$\begin{aligned}
 \text{Resolución: } \frac{a}{b} &= \frac{7}{3} \\
 (7k)^2 - (3k)^2 &= 640 \\
 49k^2 - 9k^2 &= 640 \quad a = 7k \\
 40k^2 &= 640 \quad b = 3k \\
 k^2 &= 16 \\
 k &= \sqrt{16} = 4 \\
 a &= 7(4) = 28 \\
 b &= 3(4) = 12
 \end{aligned}$$

1. ¿Cuál es la relación entre los números 20 y 4?

Resolución:

2. Dos números están en la relación de 2 a 9. Siendo el menor 14. ¿Cuál es el número mayor?

Resolución:

3. Si dos números son entre si como 3 es a 8, calcular el mayor si la suma de ellos es 33.

Resolución:

4. La edad de Joanna es a 3 como la edad de Sebastián es a 5. Si la suma de ambas edades es 40 años. Calcular la edad de Joanna.

Resolución:

5. La suma de dos números es a su diferencia como 5 es a 3. Si el número menor es 7. ¿Cuál es el número mayor?

Resolución:

6. Dos cantidades x y m son tales que x es a 9 como " m " es a 7. Si la suma de x y m es 80, calcular su diferencia.

Resolución

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

- Si: $\frac{x}{2} = \frac{y}{8} = \frac{z}{7}$ y además se sabe que $x + y = 20$. Calcular z ..
 A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16
- La diferencia de dos números es 6; si se sabe que la razón entre ellas es $\frac{8}{5}$ ¿Cuál es el número mayor?
 A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19
- Si sumamos el antecedente y el consecuente de una razón geométrica obtenemos 60. Sabiendo que su razón es 1,5. Calcular la diferencia de los elementos de dicha razón
 a) 12 b) 13 c) 14
 d) 15 e) 16
- La razón aritmética de " a " y " b " es 18, calcular b^2 , si " a " es 4 veces " b "
 A) 36 B) 49 C) 64 D) 81 E) 100
- Dos números están en la relación de 7 a 4. Calcular el menor de los números, si ambos suman 440.
 A) 120 B) 160 C) 180 D) 200 E) 240
- La razón aritmética de dos números es 72; pero su razón geométrica es 11. Calcular el menor de los números.
 A) 6 B) 15 C) 36 D) 44
- La media diferencial de 25 y 15 es " x "; la media proporcional de 25 y 36 es " y ". Calcular: $y - x$
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 20
- Los cuatro términos de una proporción continua suman 264, si una tercia proporcional es 4 y el cuarto término es 9 veces la suma del segundo con el tercero, hallar el segundo término.
 A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14
- En una compañía embotelladora se tienen 3 máquinas A, B y C. Por cada 7 botellas que llena la máquina A, la máquina B llena 5, y por cada 3 botellas que llena la máquina B, la máquina C llena 2. Si durante toda una jornada de trabajo, la máquina A llenó 4400 botellas más que C, ¿Cuántas botellas llenó la máquina B en esa jornada?
 A) 8 400 B) 6 000 C) 6 600
 D) 5 400 E) 5 900
- En una proporción geométrica continua, el producto de sus cuatro términos es 1296 y el producto de los antecedentes es 24. Hallar la tercera proporcional.
 A) 7 B) 8 C) 9
 D) 10 E) 11