Ayuda para Docentes

TERCERO SECUNDARIA

TRIGONOMETRIA

# RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

Al finalizar el presente capítulo el alumno será capaz de:

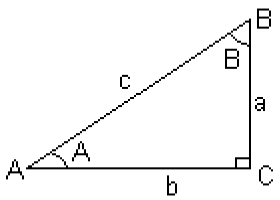
1. Identificar los elementos de un triángulo rectángulo y establecer las relaciones que existen entre sus lados y ángulos.
2. Saber definir las razones trigonométricas de un ángulo agudo.
3. Reconocer y aplicar las razones trigonométricas en la resolución de problemas.

Introducción:

Cien años antes de nuestra era, los griegos inventaron la trigonometría para resolver problemas de astronomía, navegación y geografía. En cambio los hindúes consideraron la trigonometría básicamente como herramienta de la astronomía.

En su forma más básica, la trigonometría es el estudio de las relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo rectángulo.

El desarrollo del presente capítulo lo haremos en el triángulo rectángulo.



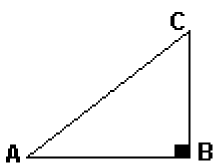

Del gráfico ABC es un triángulo rectángulo del cual tenemos:

I. Catetos: a y b
II. A + B = 90º; A y B son ángulos agudos y complementarios.
III. $(AC)^2+(BC)^2=(AB)^2$ teorema de Pitágoras.

**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIANGULO RECTÁNGULO**

**TRIANGULO RECTÁNGULO.-** Es aquel triángulo en el que uno de sus ángulos es recto y los otros dos agudos.

Así:

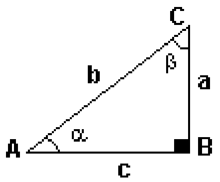



A y C son ángulos agudos

B es recto

B=90º

En el siguiente triángulo rectángulo se pueden observar los siguientes elementos.




a y c catetos b hipotenusa α y β ángulos agudos

Además:
BC: cateto opuesto al ángulo α
AB: cateto adyacente al ángulo α

Se acostumbra a representar los lados con la misma letra que la del vértice opuesto pero con minúscula.

Propiedades:

1. En todo triángulo rectángulo la hipotenusa es mayor que los catetos.

$$\boxed{b > a} \quad y \quad \boxed{b > c}$$

2. En todo triángulo, sus ángulos agudos son complementarios.

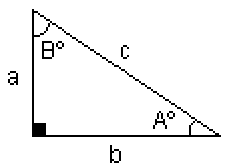
$$\boxed{m < A + m > C = 90^{o}}$$

3. En todo triángulo rectángulo se cumple el teorema de Pitágoras.

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2}$$

**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**

> Denominado a cualquiera de los cocientes entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.




$$\text{SenA} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{C.O}{H} = \frac{a}{c}$$

$$\text{CosA} = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{C.A}{H} = \frac{b}{c}$$

$$\text{TgA} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{C.O}{C.A} = \frac{a}{b}$$

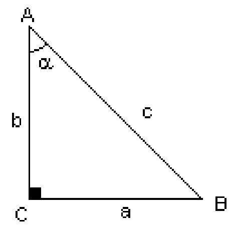
$$\text{CtgA} = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{C.A}{C.O} = \frac{b}{a}$$

$$\text{SecA} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{H}{C.A} = \frac{c}{b}$$

$$\text{CscA} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}} = \frac{H}{C.O} = \frac{c}{a}$$

**No olvides:**

- ***Si recuerdas las 3 primeras razones es suficiente para deducir los demás.***
- ***Las razones trigonométricas de un ángulo agudo son todos positivos***
- ***Las razones trigonométricas no dependen de las longitudes de los lados del triángulo rectángulo sino de las medidas de sus ángulos.***

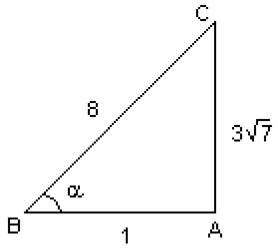



*a y b* $\rightarrow$ *catetos*
*c* $\rightarrow$ *hipotenusa*

***Teorema de Pitágoras***
$a^2+b^2=c^2$

***Ejemplos:***

1. En el triángulo: Obtener la G raz. Trigonométricas.



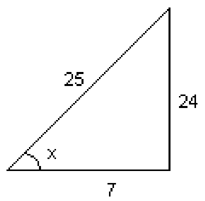

$\text{Sen}\alpha = \frac{3\sqrt{7}}{8}$ $\quad$ $\text{Ctg}\alpha = \frac{1}{3\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{21}$

$\text{Cos}\alpha = \frac{1}{8}$ $\quad$ $\text{Sec}\alpha = 8$

$\text{Tan}\alpha = 3\sqrt{7}$ $\quad$ $\text{Csc}\alpha = \frac{8}{3\sqrt{7}}$

2. Si se verifica que: $\text{Ctgx} = \frac{7}{24}$

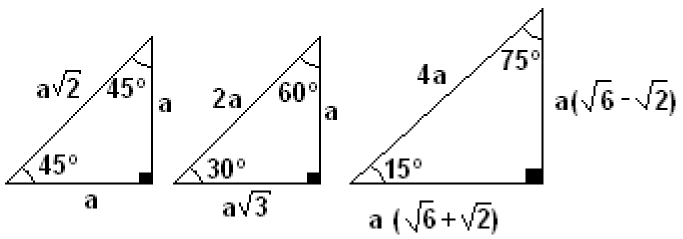
Calcular el valor de: Cscx




$\therefore \ \text{Secx} = \frac{H}{C.D} = \frac{25}{24}$

| RAZONES RECÍPROCAS | RAZONES DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS (corrazones) |
|---|---|
| Como: $\text{SenA} = \frac{a}{c}$ y $\text{CscA} = \frac{c}{a} \rightarrow$ SenA . cscA = 1<br>Como: $\text{CosA} = \frac{b}{c}$ y $\text{SecA} = \frac{c}{b} \rightarrow$ CosA . SecA = 1<br>Como: $\text{TgA} = \frac{a}{b}$ y $\text{CtgA} = \frac{b}{a} \rightarrow$ TgA . CtgA = 1<br>Nota: Si el producto de dos razones recíprocas es uno, entonces los ángulos son iguales.<br>$\text{Sen}\alpha \cdot \text{Csc}\theta = 1 \rightarrow \alpha = \theta$ | $\left.\begin{array}{\|c\|}\hline \text{SenA = CosB} \\ \hline \text{TgA = CtgB} \\ \hline \text{SenA = CscB} \\ \hline \end{array}\right\}$ A + B = 90°<br>**NOTA:**<br>Sen x = Cos(90-x)<br>Tg x = Ctg(90-x)<br>Secx = Csc(90-x) |

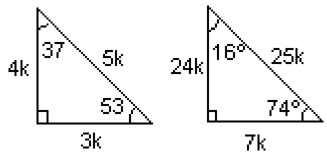
**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES**
**15º, 30º, 45º, 60º Y 75º**



# TRIGONOMETRIA

| Ángulo | 15º | 30º | 45º | 60º | 75º |
|---|---|---|---|---|---|
| Seno | $(\sqrt{6}-\sqrt{2})/4$ | 1/2 | $\sqrt{2}/2$ | $\sqrt{3}/2$ | $(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$ |
| Coseno | $(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$ | $\sqrt{3}/2$ | $\sqrt{2}/2$ | 1/2 | $(\sqrt{6}-\sqrt{6})/4$ |
| Tangente | $2-\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}/3$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $2+\sqrt{3}$ |
| Cotangente | $2+\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\sqrt{3}/3$ | $2-\sqrt{3}$ |
| Secante | $(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ | $2\sqrt{3}/3$ | $\sqrt{2}$ | 2 | $(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ |
| Cosecante | $(\sqrt{6}+\sqrt{2})/4$ | 2 | $\sqrt{2}$ | $2\sqrt{3}/3$ | $(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ |

**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE OTROS TRIGULANOS NOTABLES**




| | 37º | 53º | 16º | 74º |
|---|---|---|---|---|
| Sen | $\frac{3}{5}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{7}{25}$ | $\frac{24}{25}$ |
| Cos | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{24}{25}$ | $\frac{7}{25}$ |
| Tg | $\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{7}{24}$ | $\frac{24}{7}$ |
| Ctg | $\frac{4}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{24}{7}$ | $\frac{7}{24}$ |
| Sec | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{25}{24}$ | $\frac{25}{7}$ |
| Csec | $\frac{5}{3}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{25}{7}$ | $\frac{25}{24}$ |

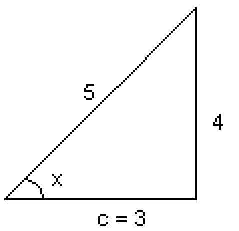
Ponte mosca:

Sen45º = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Cos 45º = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

***Ejemplos:***

1. Si se sabe que:
   Sen(2x+43º)=Cos(x-43º)
   Calcular x:
   Por ser complementarios:
   2x+43+x-43=90º
   3x=90º
   x=30º
2. Si Sen(a+70º) = Cos a
   Calcular a
   a+70+a=90º
   2a=20º
   A=10º
3. Si Senx= $\frac{4}{5}$ calcular A=Secx+Tanx



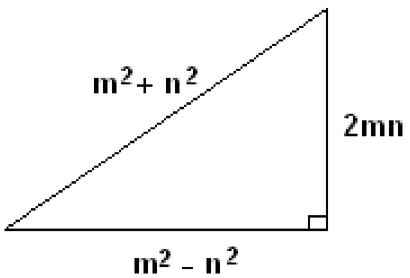

***Teorema de Pitágoras***:
$5^2 = 4^2 + c^2$
$25 = 16 + c^2$
$9 = c^2$
$c = 3$

$\frac{\;}{3} + \frac{\;}{3} = \frac{\;}{3} = 3$

$\therefore$ A=3

**TRIANGULOS PITAGÓRICOS**

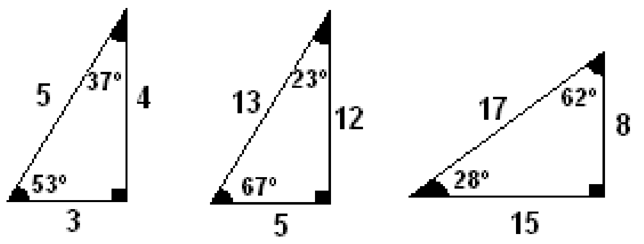
Se denominan de esta manera a aquellos triángulos rectángulos cuya medida de sus lados esta expresada por números enteros. Los lados de todo triángulo pitagórico tienen la siguiente forma:



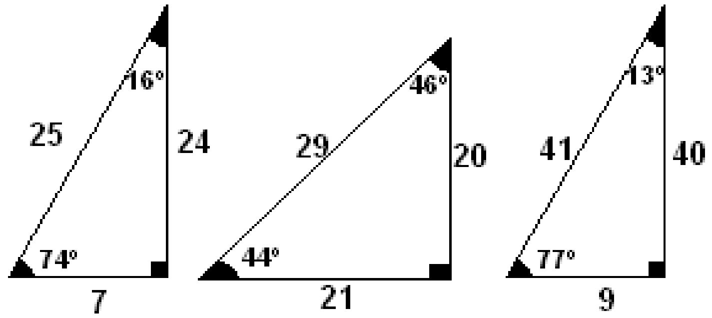

a) m=2
   n=1

b) m=3
   n=2

c) m=4
   n=1




a) m=4 n=3     b) m=5 n=2     c) m=5 n=4

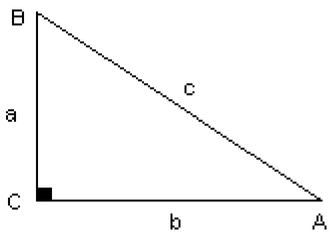



**Ojo:**
Las parejas de RT. Recíprocas se observaron mejor así:

Senθ
Cosθ
Tan θ
Ctg θ
Sec θ
Cscθ

***Otros Ejemplos:***

1. En el triángulo ABC recto en C reducir:
   E=a TanB . c CosA
   ***Resolución:***




$$E = a\left(\frac{a}{b}\right) - c\left(\frac{b}{c}\right)$$

E= b – b

E= 0

2. Encontrar el perímetro del triángulo rectángulo BAC recto en A.
   Si TanB = 0,75
   ***Solución:***

$$\text{TanB} = 0{,}75 = \frac{3k}{4k}$$

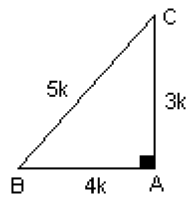
$\therefore$ P=AB+BC+AC

P=4K + 5K + 3K

=12k

$\therefore$ P=12 (25) = 300

$\boxed{K=25}$




3. Calcular m si:
   Tan(6m+20º) Tan(2m+30º) = 1
   ***Solución:***

$$\text{Tan}(6m+20) = \frac{1}{Tan(2m+30^\circ)}$$

Tan(6m+20)=Ctg(2m+30º)
Por ser complementarios:
6m+20+2m+30=90º
8m=40     ***m=5***

4. TE RETO:
   Hallar m a partir de la igualdad siguiente:
   Sec(8m+34º) – Csc(14m-21) = 0

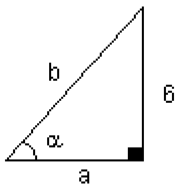
## CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcular "x" en:
   (x+2) Cos60º=6
2. Tanx = $\frac{1}{2}$ calcular:

   M= $\sqrt{5}$ Cosx + Ctgx

3. Si Tan$\alpha$=$\frac{1}{3}$ ; En la figura:

   Calcular: "a+b"




4. En un triángulo rectángulo
   ABC (Recto en B)
   Reducir:
   $$E = \frac{SenA + CosA}{SenC + CosC}$$

5. Si. $7 = 7^{1+Sen\theta - Cos\alpha}$.
   Calcular:
   $$\frac{Ctg\,\frac{\alpha+\theta}{2} + 2Tan\theta}{2Ctg\alpha + 1}$$

TRIGONOMETRIA

6. Calcular E en:
   $E=7(Sen53^o+Sen37^o)^{-1}+Sec60^o$
7. Si: $Tg\alpha=\frac{24}{7}$
   Calcular:
   $Sen\alpha+Cos\alpha$ ($\alpha$ es ángulo agudo)

8. Si $\alpha=15^o$
   Calcular:
   $L=Sen\alpha Sen2\alpha \,.\, Sen3\alpha \,.\, Sen4\alpha \,.\, Sec5\alpha$
9. Hallar x en:
   $Cos\,60^o+Sec60^o = Tan^2 60^o-xSen30^o$

**REFORZANDO**

**MIS CAPACIDADES**

1. Si $Tan\theta=\frac{2}{5}$, Calcular:
   $Sen\theta\ .\ Cos\theta$
   a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{10}{13}$ c) $\frac{10}{29}$
   d) $\frac{12}{29}$ e) n.a

2. Si $Tan\ \theta = \frac{3}{5}$ calcular: $E = 3Sen\theta+5Cos\theta$
   a) 3 b) $\sqrt{34}$ c) 5
   d) $\sqrt{29}$ e) 3 n.a

3. Siendo $Sen\alpha=\frac{15}{17}$ y $\alpha$ es un ángulo agudo.
   Calcular "x" en: $M=xCos\alpha+7=xSen\alpha$
   a) 8 b) 9 c) 13
   d) 15 e) 17

4. Si $Cos\alpha=\frac{2}{3}$ calcular $Tan\alpha$
   a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
   d) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ e) n.a
5. Calcular "x" en:
   $xCsc^2 30^o\ Tan37^o=2xsec60^o-5Sen37$
   a) 3 b) 4 c) 5
   d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{1}{4}$ 1

6. Determinar el valor de:

$$P = \frac{Cos\,\frac{\pi}{3}\,Csc^2\,\frac{\pi}{4} + Ctg\,\frac{\pi}{3}\,Tag\,\frac{\pi}{6}}{Sen\,\frac{\pi}{4}\,Sec\,\frac{\pi}{4} + Tan^2\,\frac{\pi}{6}}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 1

d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{4}$

7. Si Sen$\alpha$ = 0,666…

Calcular: E= $\sqrt{5}$ (Sec$\alpha$ + Tan$\alpha$)

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{2}$

d) 5 e) 2

8. Si 3Cos$\theta$=1

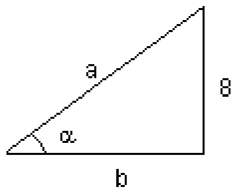
Calcular:

E=Sec$^2\theta$ Ctg$^2\theta$ - 1

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{3}$ e) n.a

9. Si Tg$\alpha$=4 Calcular $a^2$ + b en:




a) 68 b) 2 c) 60

d) 70 e) 56

10. Calcular:

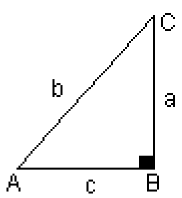
$$E = \frac{\sqrt{3}Tan60° + 5Sen37° + Tan45° + Sec60°}{Csc30° + 4Tan37° + 5Cos53° + 4}$$

a) 2 b) $\frac{3}{4}$ c) 1

d) $\frac{1}{2}$ e) n.a.

11. En la figura: se cumple:

TanA . Cos C=3



Calcular:

$E=\sqrt{Sec^2A-3CscC}$

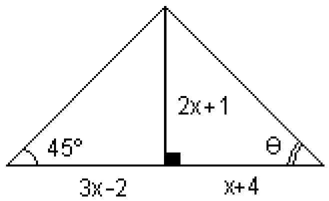
a) 3 b) 2 c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) 1 e) $\sqrt{2}$

12. Hallar el perímetro de un triángulo rectángulo ABC, recto en A, donde: a-c=6m
Además:
SecC – CtgB=0,5
a) 12 b) 24 c) 36
d) 48 e) 60

## AUTO-EVALUACION

1. Sabiendo que ________
Calcular:
Y=Sen4x + 3Tg3x – 2Sec4x - $\frac{1}{4}$
2. Si Csc α = __________
Calcular: Tanα+Secα (α es agudo)
3. Porque factor debe multiplicarse a ________ para ser igual a Tan30º.
4. Calcular: ___________



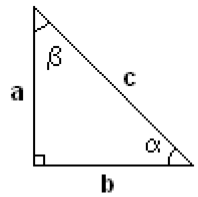

### TEOREMA DEL COMPLEMENTO

Cualquier Razón Trigonométrica (R.T) de un ángulo agudo es igual a la Co-Razón Trigonométrica (Co-R.T.) del ángulo complementario.

Si "α" es un ángulo agudo:
⇒ R.T.( α) = Co-R.T. (Complemento de α)
Donde: Complemento de α=90º-α
Ó
Si: R.T.( α)=Co-R.T.(β)
⇒ α+β=90º

Se acostumbra decir que:

- La Razón Coseno es la Co-Razón de la Razón Seno y viceversa
- La Razón Cotangente es la Co-Razón de la Razón tangente y viceversa
- La Razón Cosecante es la Co-Razón de la Razón Secante y viceversa.




| Razón | Co-Razón |
|---|---|
| seno | coseno |
| tangente | cotangente |
| Secante | cosecante |

**NO OLVIDES**

Senα . Cscβ = 1 → α=β
Cosα . Secβ = 1 → α=β
Tanα . Ctgβ = 1 → α=β

Por lo tanto:
Sen 2x . Csc26 = 1
→ x = 13º
Porqué 2x = 26º

Ejemplos:

1. $Sen20^{o} = Cos\ 70^{o}$
2. $Cos40^{o} = Sen50^{o}$
3. $Tg\ 10^{o} = Ctg80^{o}$
4. $Sen\ \pi/3 = Cos\ \pi/6$
5. $Sec\alpha = Csc(\pi/2-\alpha)$
6. $Csc\alpha = Sec\ (90^{o}-\alpha)$

## TEOREMA DEL SUPLEMENTO

Cualquier R.T de un ángulo agudo es igual al negativo de R.T. del ángulo suplementario, excepto para el Seno y la Cosecante que vienen a ser positivos.

Si "$\alpha$" es un ángulo agudo:

$$\Rightarrow \quad R.T.(\alpha)=\pm R.T.(\text{suplemento de }\alpha)\begin{cases} + : \text{Sen y Csc} \\ - : \text{Cos, Tg, Ctg} \\ \quad \text{y Sec} \end{cases}$$

Donde: Suplemento de $\alpha$ = $180^{o}$ - $\alpha$

Ó

Si: $$R.T.(\alpha) = \pm R.T.(\beta)\begin{cases} + : \text{Sen y Csc} \\ - : \text{Cos, Tg, Ctg} \\ \quad \text{y Sec} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha + \beta = 180^{o}$$

***Ejemplos prácticos:***

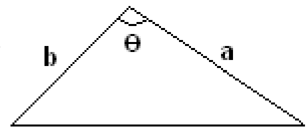
1. $Sen50^{o} = Sen\ 130^{o}$
2. $Tg\ 45^{o} = -Tg\ 135^{o}$
3. $Cos\ 60^{o} = -Cos\ 140^{o}$
4. $Csc\ 70^{o} = Csc\ 110^{o}$
5. $Sec\ 40^{o} = -Sec\ 140^{o}$
6. $Ctg\ 80^{o} = -Ctg\ 100^{o}$

Si $\alpha + \beta = 90^{o}$ se cumple:

Razón ($\alpha$) = Corazón ($\beta$)
$Sen\alpha = Cos\beta$
$Tan\alpha = Ctg\beta$
$Sec\alpha = Csc\ \beta$

**Área de un Triángulo**

Conociendo sus 2 lados y su ángulo comprendido.




$$\boxed{A = \frac{1}{2}(a)\,(b)\ Sen\theta}$$

***Ejemplos:***

1. Calcular “x” en:

   $Tan(x+18)^o \,.\, Ctg97^o=1$

   Solución:

   Por ser recíprocos:

   $X+8=97^o$

   $X=97-8$

   $\boxed{X=89^o}$

2. $Sen(5x+20)^o-Cos(2x+35)^o=0$

   ***Solución***:

   $Sen\ (5x+20)=Cos(2x+35)^o=0$

   Por ser complementarios:

   $5x+20^o+2x+35^o=90^o$

   $7x=90^o-55^o$

   $7x=35^o$

   $\boxed{x=5}$

3. Hallar $\alpha$, si:

   $Sen(\alpha+30^o)-Cos(\alpha-60^o)=0$

   Solución:

   $Sen(\alpha+30^o)=Cos(\alpha-60^o)$

   $\therefore\ \alpha+30^o+\alpha-60^o=90^o$

   $2\alpha=90+30$

   $\alpha=\frac{120}{2}$

   $\boxed{\alpha=60^o}$

4. Hallar x, si se cumple que:

   $Csc(5x+12)^o-Csc(3x+18)^o=0$

   Solución:

   $Csc(5x+12)^o=Csc(3x+18)^o=0$

   Se presentan 2 casos:

   1º Los ángulos son iguales

   $(5x+12^o) = (3x+18^o)$

   $2x=6$

x=3º

2º Los ángulos son suplementarios:

(5x+12) + (3x+18)=180º

8x=150º

X=18,75º

5. Calcular Sen3x si:

Cos(x+25) . Sec(65º-x)=1

Por ser recíprocos:

x + 25 = 65-x

2x = 40º

$\boxed{x = 20º}$

6. Calcular:

$$E = \frac{Sen12º}{Cos78º} + \frac{Tan5º}{Ctg85º} + 3$$

Solución:

$$E = \frac{Cos78}{Cos78} + \frac{Ctg85}{Ctg85} + 3$$

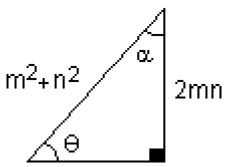
E=1+1+3

$\boxed{E=5}$

7. Te Reto:

En el triángulo mostrado:

M=6 n=1




Calcular:

M=7,4 Cosα + 2,4Ctgθ

TRIGONOMETRIA

## CONSTRUYENDO

## MIS CONOCIMIENTOS

1. Si se cumple:
   $Sen(3x-10º) . Csc(x+50º)=1$
   Calcular "x"
2. Reducir:
   $(3Sen40º+Cos50º) Csc40º$
3. Si: $Sen(2x-y) = Cos (2y-x)$
   $Tan(x-15) Ctg (y + 45) = 1$
4. Determinar su veracidad o falsedad en:
   $2Cos^2 30º-1 = Cos60º$ ……… ( )
   $Sen32º - Cos 58º = 0$ ……….. ( )
   $Csc 12º + Sec 78º = 2Csc 12º$ ..( )
5. Calcular: $\frac{x}{y}$ si:
   $Senx = Cos2y$
   $Tan(3y-5) Ctg(x+30)=1$
6. Calcular:
   $$E = \frac{Sen10º+Csc25º}{Cos80º+Sec65º} - \frac{Sen5º}{Cos85º}$$
7. Si $Sen3x . Csc(70 – 2x) = 1$
   Calcular: $x + 20º$
8. Si $Sen(\alpha-20º) = Cos (\theta - 40º)$
   $\alpha$ y $\theta$ agudos, Hallar $Ctg(\alpha+\theta)$
9. Calcular "x" para que se cumpla:
   $Tan(7x-30º)=-Tan(3x+50º)$
10. Calcular Tan 3x si:
    $Cos(x+25) . Sec(65-x) = 1$

## REFORZANDO

## MIS CAPACIDADES

1. Hallar x, si se cumple:

   $Tan(4x+5º)= Ctg(2x+25º)$

   a) 10º b) 12º c) 14º

   d) 16º e) n.a

2. Hallar x, si se cumple:

   $Csc(5x+12º)= Csc(3x+18º)$

   a) 3º b) 18º c) 18,75º

   d) a y c e) n.a

3. Calcular x.

   $Cos(5x-5º) = -Cos(4x+50º)$

TRIGONOMETRIA

a) 10º b) 15º c) 20º

d) 25º e) n.a

4. Hallar x, si:

Csc(5x-12)-Sec(3x18º)=0

a) 15 b) 12º c) 14º

d) 7,5º e) n.a

5. Hallar x, si:

Sen(5x-10º) = Cos (x - 8º)

a) 10º b) 12º c) 14º

d) 16º e) n.a

6. Hallar x si:

Tan(2x+20º) . Tan(2x+10º)=1

a) 10º b) 15º c) 20º d) 25º e) n.a

7. Calcular:

$$E = \frac{Sen10^o}{Cos80^o} - \frac{Tan20^o}{Ctg70^o}$$

a) 1 b) -1 c) 0

d) 2 e) n.a

8. Calcular.

E=Sen25º . Sec65º + Tan40º . Tan50º

a) 2 b) 1 c) 0

d) -1 e) -2

9. Calcular:

E=(2Sen20 +3Cos70º)(5Csc20º-3Sec70º)

a) 2 b) 3 c) 5

d) 10 e) 15

10. Determinar: $\frac{x}{y}$ si:

Tan(x+30º) = Ctg(y-40º)

Sen(x-10º) . Csc(y+10º) = 1

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{4}$ e) n.a

11. Calcular:

E=Ctg10º.Ctg20º.Ctg30º….Ctg80º

a) -1 b) 0 c) 1

d) 2 e) $\frac{1}{2}$

12. Si Tan 2x . Ctg 20º=1

Calcular:

E=Sen 7x . Csc 2x

a) 1 b) 2 c) $\sqrt{3}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $2\sqrt{3}$

## AUTO-EVALUACION

1. Calcular:
   E=(7Sen22º- _________ . 2Csc22º
2. Si ____________ calcular:
   E=Sen3θ . Sec7θ + Tg2θ . Tg8θ + Sec4θ . Sen6θ
3. Si Sec(3x-5º) – Csc(x+15)=0
   Calcular _____
4. Reducir:
   $$R = \frac{Sec70.Cos25.Sen50}{Csc20^\circ.Sen65.Cos40} + \frac{}{Sen130.Tan135.Cos120}$$

- Resolución de Triángulos rectángulos
- Ángulos verticales
- Ángulos horizontales

Al finalizar el presente capítulo usted será capaz de:

1. Resolver todo tipo de problemas relacionados con los triángulos rectángulos aplicando las razones trigonométricas.
2. Estudiar las 6 razones trigonométricas en su forma más elemental es decir en el triángulo rectángulo.
3. Resolver problemas eficientemente.

TRIGONOMETRIA