RAZONAMIENTO INDUCTIVO Y DEDUCTIVO

Objetivos:

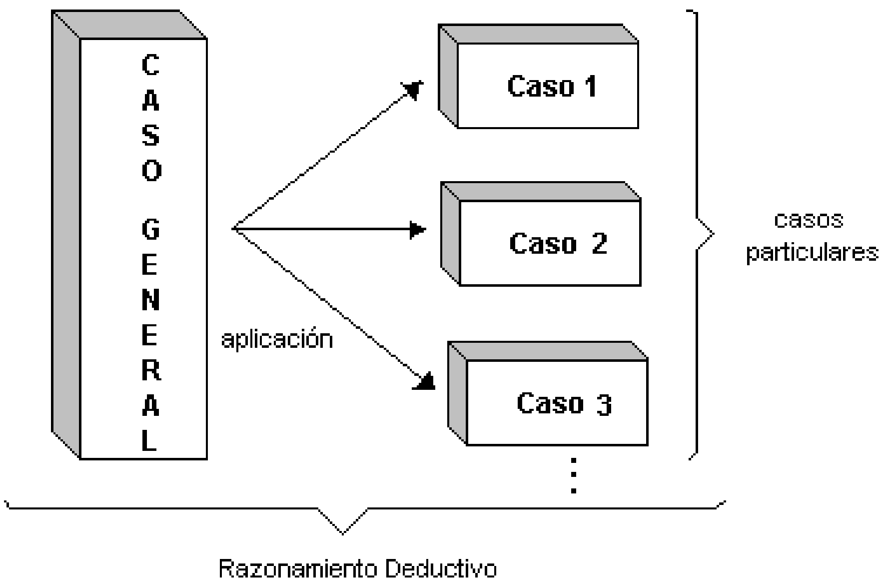
- Ejercitar al estudiante en la capacidad de observación para establecer relaciones que le permitan llegar a la solución de un problema.
- Ejercitar al estudiante en la aplicación de conocimientos generales previamente adquiridos.

Introducción:

En esta parte del curso veremos que la principal herramienta del razonamiento matemático es el "análisis", que acompañado de un criterio lógico adecuado. Algo de ingenio y habilidad del alumno le permitirá llegar a la solución de un problema de una manera más rápida y sencilla. Hay que tener en cuenta, amigo lector, que el razonamiento matemático se basa en los conceptos matemáticos ya establecidos y a partir de ellos se desarrolla.
También aprenderemos los dos métodos razonativos más usados: el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo.

RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

El razonamiento deductivo consiste en aplicar una verdad general (ya demostrada) en ciertos casos particulares.
El razonamiento deductivo es la base de las demostraciones matemáticas. Demostrar una propiedad es deducirlas de otras anteriormente ya demostradas. Este tipo de razonamiento garantiza la verdad de la conclusión, si la información de la que se parte es verdadera. Una vez demostrado el teorema de Pitágoras, por ejemplo, sabemos que es verdadero para cualquier triángulo rectángulo. Esta generalización que produce la demostración permite la aplicación de un teorema dada a cualquier caso particular.



Problemas sobre cifras terminales

En esta parte nos dedicamos a calcular la última cifra del resultado de un número que va a ser expuesto a sucesivas operaciones.

Caso I: Para números que terminen en: 0, 1, 5 ó 6
Como:

$$\left.\begin{array}{ll} (\ldots 0)^n = \ldots 0 & (\ldots 5)^n = \ldots 5 \\ (\ldots 1)^n = 1 & (\ldots 6)^n = \ldots 6 \end{array}\right\} n \in Z^+$$

Caso II: Para números que terminen en 4 ó 9:
Como:

$$\left.\begin{array}{l} 4^1 = \underline{4} \\ 4^2 = 1\underline{6} \end{array}\right\} (\ldots 4)^{par} = \ldots 6$$

$$\left.\begin{array}{l} 4^3 = 6\underline{4} \\ 4^4 = 25\underline{6} \end{array}\right\} (\ldots 4)^{impar} = \ldots 4$$

$$\vdots$$

$$\left.\begin{array}{l} 9^1 = \underline{9} \\ 9^2 = 8\underline{1} \end{array}\right\} (\ldots 9)^{par} = \ldots 1$$

$$\left.\begin{array}{l} 9^3 = 72\underline{9} \\ 9^4 = 656\underline{1} \end{array}\right\} (\ldots 9)^{impar} = \ldots 9$$

Caso III: Para números que terminan en: 2, 3, 7 ó 8
Como:

$$\left.\begin{array}{l} 2^1 = 2 \\ 2^2 = 4 \\ 2^3 = 8 \\ 2^4 = 16 \\ \hline 2^5 = 32 \\ 2^6 = 64 \\ 2^7 = 128 \\ 2^8 = 256 \end{array}\right\} (\ldots 2)^{\overset{\circ}{4}} = \ldots 6$$

Cada grupo de 4 la última cifra se repite

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Halle el valor de:
$E=(7000)^3-(6999)^3-(6999)^2-7(6999)x10^3$
   a) 6999^2 b) 7000^2 c) 1
   d) 0 e) 700
   Resolución:

2. ¿En que cifra termina el resultado de A?
   $A=2002^{2003}$
   a) 2 b) 4 c) 6
   d) 8 e) 1
   Resolución:

3. Calcular:
   $$S=\underbrace{1+3+5+\cdots}_{\text{"25 términos"}}$$
   a) 225 b) 625 c) 305
   d) 915 e) 225
   Resolución:

4. Hallar la suma de cifras de resultado de:
   $$S=(\underbrace{99...99}_{111\text{ cifras}})^2$$
   a) 111 b) 9 c) 999
   d) 81 e) 333
   Resolución:

5. Si:
   $R_1=2-1+2$
   $R_2=6+4-4$
   $R_3=12-9+8$
   $R_4=20+16-16$
   Calcule el valor de R_{50}
   Resolución:

6. Si Nx36=... 468
   Nx24=...312
   Halle las 3 últimas cifras de Nx156
   Resolución:

RAZONAMIENTO MATEMATICO

REFORZANDO
MIS CAPACIDADES

1. Calcule el valor de:

$$M = \frac{1x2^2 + 1x2x3^2 + ... + 1x2x3x...x29x30^2}{(1x2x3x....x30x31) - 2}$$

a) 31 b) 0 c) 300
d) ½ e) 1

2. Encuentre la fracción a/b con menor denominador tal que:

$$\frac{1996}{1997} < \frac{a}{b} < \frac{1997}{1998}$$

Dé como respuesta la suma de cifras de b:
a) 27 b) 25 c) 24
d) 12 e) 23

3. Calcule el valor de:

$$M = \frac{1}{1x2} + \frac{1}{2x3} + \frac{1}{3x4} + ... + \frac{1}{100x101}$$

a) $\frac{100}{101}$ b) $\frac{100}{99}$ c) $\frac{99}{101}$
d) $\frac{102}{99}$ e) $\frac{101}{100}$

4. Calcule el valor de:

$$\sqrt[8]{1 + 2047 + (2^{11} + 1)(2^{22} + 1)}$$

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}^{11}$
d) $\sqrt{22}^{22}$ e) $\sqrt[8]{2}$

5. Sea $\overline{GG} + \overline{OO} + \overline{LL} = 264$ y además 0≠cero y cada letra representa un valor diferente.
Halle: GxOxL.
a) 576 b) 648 c) 504
d) 604 e) 729

6. Si: $\sqrt{a + \sqrt{b}} - \sqrt{a - \sqrt{b}} = 12\sqrt{b}$
Calcule: $\sqrt{a + \sqrt{b}} + \sqrt{a - \sqrt{b}}$
a) 1 b) 1/6 c) ¼
d) 1/12 e) 2

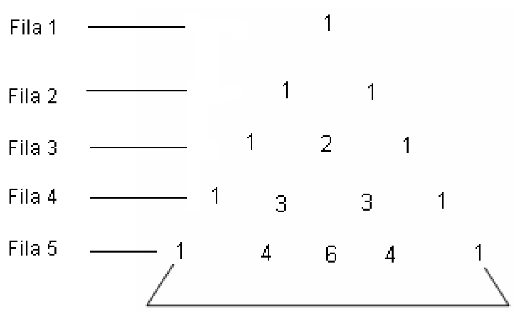
7. Hallar el valor de la fila F(10) en:
Fila (1) = 1
Fila (2) = 3+5
Fila (3) = 7+9+11
a) 10 b) 100 c) 300
d) 1000 e) 2000

8. Si: $M = 9x\underbrace{88.......88}_{1997\text{ cifras}}$

   Hallar la suma del resultado de "M"

   a) 1997 b) 8856 c) 1793
   d) 4273 e) 888

9. Calcule la suma de los números de la Fila 10.



   a) 1024 b) 100 c) 1023
   d) 512 e) 2024

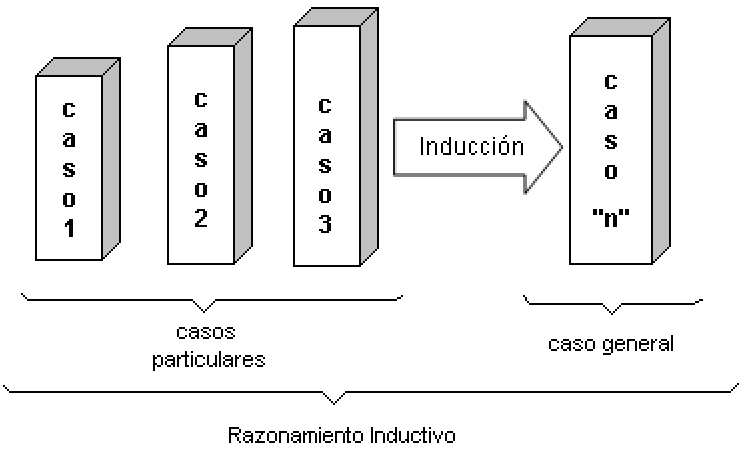
10. Hallar la última cifra de "R".

    Si: $R = \left(1996^{1997} + 1\right)^2$

    a) 1 b) 3 c) 6
    d) 7 e) 9

Razonamiento Inductivo

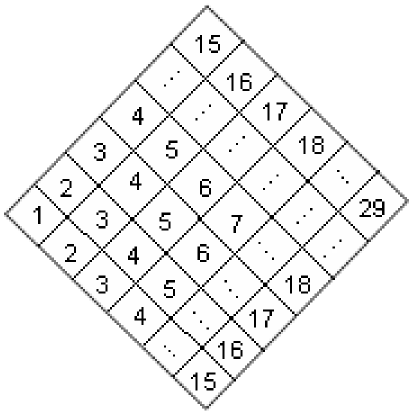
Consiste en analizar casos particulares, es decir realizar experiencias sencillas pero con las mismas características del problema original, para conseguir resultados que al ser relacionados nos permitan llegar a una conclusión (con amplia probabilidad de certeza) que lo llamaremos caso general.



Ejemplo 1:

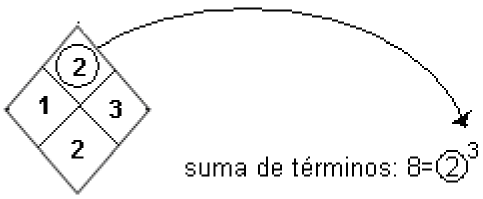
Halle la suma de todos los números del siguiente arreglo:

a) 2375
b) 2350
c) 2250
d) 3475
e) 3375

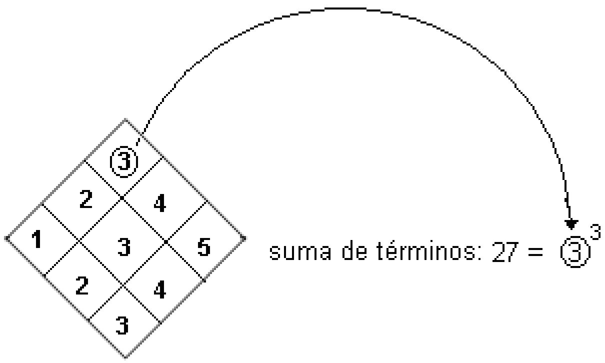


Resolución:
Considerando los tres casos más sencillos, tenemos lo siguiente:

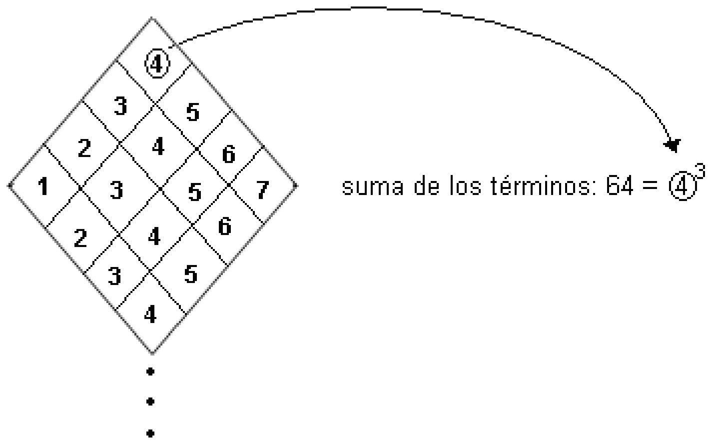
Caso 1:



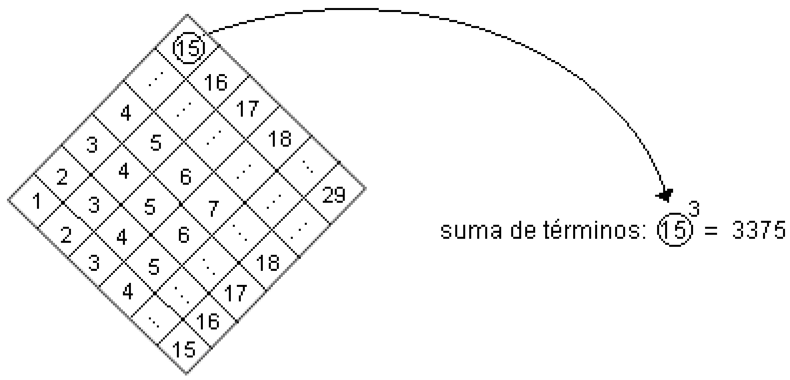
Caso 2:



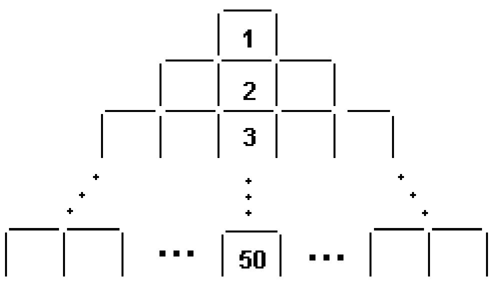
Caso 3:



Vemos que la suma de todos los términos del arreglo es un número cubo perfecto.
Por lo tanto:

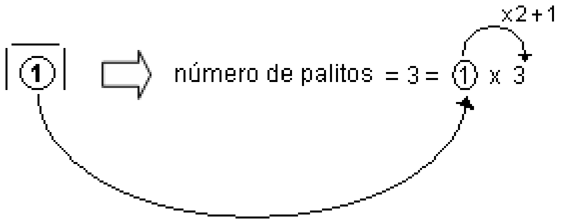


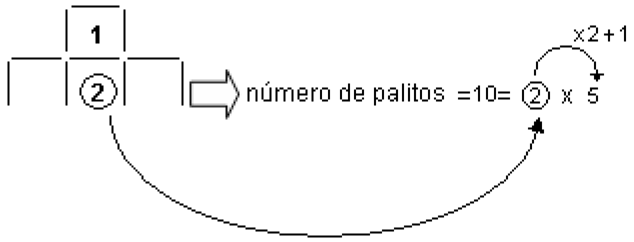
Ejemplo 2:
Calcule el número total de "palitos" en la siguiente figura:

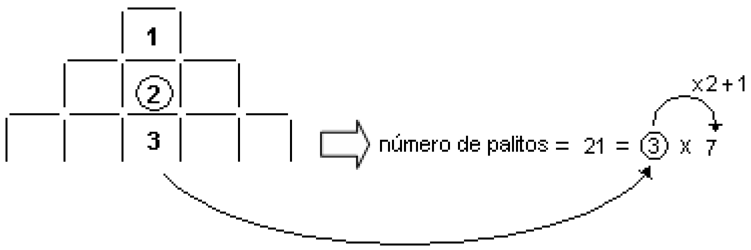


a) 5555
b) 4050
c) 5050
d) 5040
e) 2500

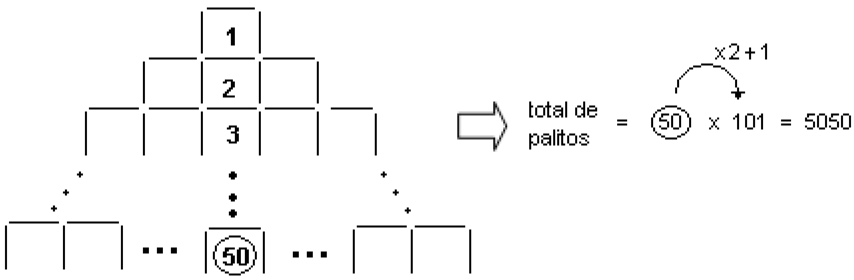
Resolución:
Contar uno por uno la cantidad de "palitos" sería demasiado extenso … ¡Moriríamos en el intento!.. mejor analicemos casos pequeños:







Vemos que el total de palitos es el producto de dos números donde el primero de ellos es el número dado y el otro su doble más uno. Por lo tanto:



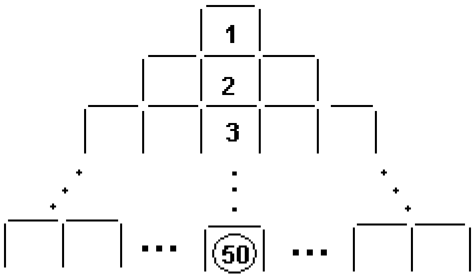
$\therefore$ El total de palitos es 5050.

RAZONAMIENTO MATEMATICO

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Calcule el número total de "palitos" en la siguiente figura:



a) 5555 b) 5050 c) 2500
d) 4050 e) 5040

Resolución:

2. Halle el valor de "A":

$$A = \sqrt{\frac{910x890 + 100}{311x289 + 121}}$$

a) 3 b) 9 c) $\sqrt{3}$
d) 1 e) 81

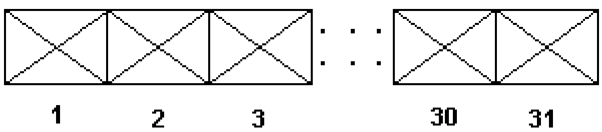
Resolución:

3. ¿En qué cifra termina E?

$2000^{3000} + 2001^{3001} + 2002^{3002} + ... + 2009^{3009}$ a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

Resolución:

4. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



a) 240 b) 308 c) 346
d) 356 e) 402

Resolución:

5. Si: $a^2+1=-a$
Halle: a^{3333}
a) -1 b) 1 c) 0
d) 2 e) 3333
Resolución:

6. Halle las tres últimas cifras de S en:
$S = 3 + 37 + 373 + 3737 + ... + \underbrace{3737...373}_{21\ cifras}$ De cómo respuesta la suma de las mismas.
a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8
Resolución:

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Si: $a+m+n=\sqrt{\overline{a25}}$. Halle: $\overline{amn} + \overline{nam} + \overline{mna}$
a) 1225 b) 1400 c) 1665
d) 1625 e) 1725

2. Efectúa:
$$M = (1{,}23)^3 + (2{,}31)(1{,}23)^2 + (0{,}77)^3 + (3{,}69)(0{,}77)^2$$
a) 10 b) 4 c) 12
d) 0 e) 8

3. Si: $9^x=.....x$. Calcule n en:
$7^{\overline{xxx}} = ...n$
a) 7 b) 3 c) 2
d) 1 e) 9

4. Calcule:
$$Q = \sqrt[2^{2003}]{1 + \underbrace{3x5x17x257x.....}_{2003\ factores}}$$
a) 1 b) 2 c) 32
d) 2002 e) 2003

5. Calcule:

$$S=\sqrt{\underbrace{9999....99}_{n\ \text{cifras}}\underbrace{000......0025}_{(n+2)\text{cifras}}}$$

Dé como respuesta la suma de cifras del resultado.

a) 9n+5 b) 3n+7 c) 9n+7
d) 3n+5 e) 12n+6

6. Calcule la suma de cifras del resultado de operar E:

$$E=\left[(55555556)^2-(55555555)^2\right]^2$$

a) 81 b) 64 c) 49
d) 54 e) 89

7. Calcule la suma de cifras del resultado.

$$R=\left[(9999999)(9999999-2)(9999999-3).(9999999-1)+1\right]^{0,5}$$

a) 54 b) 64 c) 37
d) 66 e) 12

8. Calcule:

$M=(101-1)^1(100+2)^3(99-3)^5(98+4)^7...(40+62)^x$ Dé como respuesta $(M-1)^x$

a) A b) -1 c) -2
d) 0 e) 1

9. Calcule la suma de cifras del resultado de:

$$M=\underbrace{5555....556}_{100\ \text{cifras}}{}^2-\underbrace{4444....455}_{100\ \text{cifras}}{}^2$$

a) 200 b) 50 c) 100
d) 400 e) 80

10. Si: $\frac{m}{n}+\frac{n}{m}=2$. Calcule M:

$$M=\left(\frac{m}{n}\right)+2\left(\frac{n}{m}\right)^2+3\left(\frac{m}{n}\right)^3+....+30\left(\frac{n}{m}\right)^{31}$$

a) 900 b) 30 c) 300
d) 680 e) 465

¡EL GRAN RETO!!

Se tiene dos tableros iguales de 13 filas y 17 columnas, numeradas de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	....	17
18	19	20	21	22	....	34
35	36	37	38	39	....	51
52	53	54	55	56	....	68
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	....	⋮
205	206	207	208	209	....	221

1	14	27	40	53	....	209
2	15	28	41	54	....	210
3	16	29	42	55	....	211
4	17	30	43	56	....	212
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	....	⋮
13	26	39	52	65	....	221

Si se superponen ambos tableros. ¿Cuántos de los números coinciden? Dé como respuesta la suma de ellos.

a) 551 b) 552 c) 555 d) 550 e) 221