



## RADICAL DOBLE DE LA FORMA

### CONTENIDOS TEMÁTICOS

Si  $A$  y  $B$  son números racionales entonces.

$$\underbrace{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}}_{\text{Radical doble}} = \underbrace{\sqrt{x} \pm \sqrt{y}}_{\text{Radicales simples}}$$

Sabemos:

$$\sqrt{A + \sqrt{B}} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \dots \dots (I)$$

$$\sqrt{A - \sqrt{B}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} \dots \dots (II)$$

Sumamos (m.a.m)

$$2\sqrt{x} = \sqrt{A + \sqrt{B}} + \sqrt{A - \sqrt{B}}$$

Elevando al cuadrado y reduciendo

$$x = \frac{A + \sqrt{A^2 - B}}{2}$$

Se hace:  $C = \sqrt{A^2 - B}$

Luego  $X = \frac{A + C}{2}$

Análogamente

$$Y = \frac{A - C}{2}$$

Luego:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - C}{2}}$$

### **Ejemplo:**

Transformar a radicales simples:

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}}$$

**Resolución:**

$$A = 7 \text{ y } B = 40$$

$$C = \sqrt{7^2 - 40} \rightarrow C = 3$$

Luego:

$$\begin{aligned}\sqrt{7 + \sqrt{40}} &= \sqrt{\frac{7+3}{2}} + \sqrt{\frac{7-3}{2}} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{2} //\end{aligned}$$

**FORMA PRÁCTICA**

Consiste en lograr un trinomio cuadrado perfecto en el radicando así:

$$\sqrt{A + B \pm 2\sqrt{AB}} = \sqrt{(\sqrt{A} \pm \sqrt{B})^2} = \sqrt{A} \pm \sqrt{B}$$

Ejemplo:

Transformar a radicales simples

$$\sqrt{7 - \sqrt{40}}$$

**Resolución:**

Se busca el coeficiente 2 en el radical inferior:

$$\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$$

Aquí se busca dos números cuyo producto sea 10 y la suma 7

$$\sqrt{(5+2) - 2\sqrt{(5)(2)}}$$

Luego:

$$\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{5} - \sqrt{2} //$$

**EJEMPLOS APLICATIVOS**

1. Transformar a radicales simples

$$\sqrt{6 + \sqrt{20}}$$

**Resolución:**

- $A = 6$  y  $B = 20$

- $C = \sqrt{6^2 - 20} = 4$

$$\begin{aligned}\text{Luego: } \sqrt{6 + \sqrt{20}} &= \sqrt{\frac{6+4}{2}} + \sqrt{\frac{6-4}{2}} \\ &= \sqrt{5} + 1 //\end{aligned}$$

2da. FORMA:

$$\begin{aligned}\sqrt{6 + \sqrt{20}} &= \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{(5+1) + 2\sqrt{(5)(1)}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{1})^2} = \sqrt{5} + 1 //\end{aligned}$$

2. Transformar a radicales simples

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

**Resolución:**

**1º. FORMA**

$$A = 2, B = 3 \text{ y } C = \sqrt{2^2 - 3} = 1$$

Luego:

$$\sqrt{\frac{2+1}{2}} + \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

**2º. FORMA**

$$= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{2 + 2\sqrt{\frac{3}{4}}}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) + 2\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} //$$

3. Transformar a radicales simples

$$\sqrt{3 - \sqrt{8}}$$

**Resolución:**

$$A = 3 \quad B = 8 \quad C = \sqrt{3^2 - 8} = 1$$

$$\sqrt{3 - 8} = \sqrt{\frac{3+1}{2}} - \sqrt{\frac{3-1}{2}}$$

$$= \sqrt{2} - 1$$

4. Transformar a radicales simples

$$\sqrt{12 + \sqrt{140}}$$

**Resolución:**

$$A = 12 \quad B = 140$$

$$C = \sqrt{12^2 - 140} = \sqrt{4} = 2$$

$$= \sqrt{\frac{12+2}{2}} + \sqrt{\frac{12-2}{2}}$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{5}$$

5. Indicar el radical doble que dio origen a:  $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

**Resolución:**

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{6 + \sqrt{18}} \rightarrow \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{18} + 3} \rightarrow \sqrt{9 + 2\sqrt{18}}$$

6. Hallar el equivalente

$$E = \sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}}$$

**Resolución:**

$$A = 17 \quad B = 288$$

$$C = \sqrt{17^2 - 288} = \sqrt{1} = 1$$

$$= \frac{\sqrt{17+1}}{2} + \frac{\sqrt{17-1}}{2}$$

$$= 3 + \sqrt{8}$$

$$A = 3 \quad B = 8$$

$$C = \sqrt{3^2 - 8} = 1$$

$$= \frac{\sqrt{3+1}}{2} + \frac{\sqrt{3-1}}{2}$$

$$= \sqrt{2} + 1$$

## CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Transformar a radicales simples:

a)  $\sqrt{3 + \sqrt{8}}$       b)  $\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}$

**Resolución:**

2. Transformar a radicales simples  $\sqrt{11 + \sqrt{112}}$  y dar como respuesta al número racionalizado.

a) 2      b) 7      c) 5      d) 6      e) 3

**Resolución:**

3. Descomponer en radicales simples:  $\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}$

a)  $\sqrt{6} - \sqrt{5}$       b)  $\sqrt{6} + \sqrt{5}$   
c)  $\sqrt{6} + 5$       d)  $\sqrt{5} + 6$       e) 11

**Resolución:**

4. Indicar el radical doble de:

$$\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{2}{5}}$$

**Resolución:**

5. Simplificar:

$$R = \sqrt{19 + 4\sqrt{12}} - \sqrt{7 + \sqrt{48}}$$

**Resolución:**

6. Simplificar:

$$K = \sqrt{16 + \sqrt{240}} - \sqrt{6}$$

**Resolución:**

### REFORZANDO

### MIS CAPACIDADES

1. Indicar el radical doble de:  $\sqrt{3} + \frac{1}{2}$

a)  $\sqrt{\frac{3}{4} + \sqrt{13}}$

b)  $\sqrt{\frac{13}{4} + \sqrt{3}}$

c)  $\sqrt{\frac{1}{4} + \sqrt{3}}$

d)  $\sqrt{\frac{7}{4} - \sqrt{13}}$

e)  $\sqrt{\frac{13}{4} - \sqrt{3}}$

2. Reducir:  $\sqrt{6 + 2\sqrt{8}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

3. Simplificar:

$$\sqrt{12 + \sqrt{140}} - \sqrt{8 + \sqrt{28}} + \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$$

a) 1

b) 0

c) 2

d) 4

e) 3

4. Transformar a radicales simples:

$$\sqrt{3 - \sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$$

a)  $\sqrt{3} - 1$

b) 3

c)  $\sqrt{2} + 1$

d) 6

e) N.A.

5. Simplificar

$$\left(\sqrt{8-2\sqrt{7}}\right)\left(\sqrt{8+2\sqrt{7}}\right)$$

6. Simplificar:

$$\frac{\sqrt{13-4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{28-6\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}}}$$

a) 1

b) 1/5

c) 1/2

d) 1/4

e) 2

7. Efectuar:

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^6$$

a) 16

b) 64

c) 8

d) 128

e) 256

8. Simplificar:

$$N = \left(\sqrt{112+80\sqrt{2}} - \sqrt{68+52\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)$$

Hallar el equivalente de:

$$E = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{11+2\sqrt{30}} + 1$$

a) 3

b)  $\sqrt{6}$

c)  $-\sqrt{7}$

d) 7

e)  $-\sqrt{6}$

9. Transformar cada radical doble mostrado:

$$M = \sqrt{6+2\sqrt{3}+2\sqrt{6}+2\sqrt{2}}$$

$$N = \sqrt{16+2\sqrt{45}-2\sqrt{18}-2\sqrt{10}}$$

en radicales simples.