



PROPORCIONAL NUMÉRICA

Indicador:

- Reconocen y analizan los problemas de proporción directa e inversa.
- Determinan cuando una proporción es simple o compuesta.

RAZONES Y PROPORCIONES

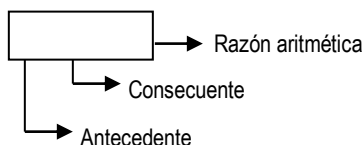
A. **Razón:** Es el Resultado de comparar dos cantidades por medio de una diferencia o por medio de un cociente.

1. Razón Aritmética

$$13 - 6 = 7$$

$$a - b = c$$

“a excede a “b” en “c”



$$a - b = c$$

2. Razón Geométrica:

$$\frac{a}{b}$$

Se lee: “a es a b”

Antecedente
Consecuente



$$\frac{12}{4} = 3$$

Razón Geométrica

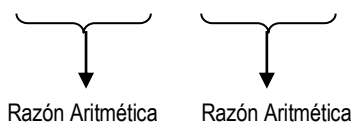
B. PROPORCION

Es la comparación de dos Razones iguales ya sean aritméticas o geométricas.

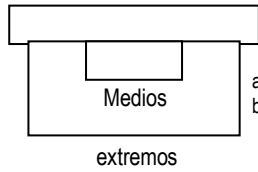
1. **Proporción Aritmética:** Es la comparación de dos razones aritméticas iguales.

Ejemplo:

$$13 - 6 = 11 - 4$$



Se lee: “Trece es a seis como once es a cuatro”



$$a - b = c - d$$

a y c → antecedente
b y d → consecuente

CLASES DE PROPORCIONES ARITMETICAS

- **Proporción Aritmética Discreta:** Sus términos son diferentes:

Ejemplo: $16 - 9 = 11 - 4$

- **Proporción Aritmética Continua:** Los términos.

$$a - b = b - c$$

medios son iguales.

Ejemplo: $9 - 6 = 6 - 3$

“la media diferencial es 6”

Ejemplo 1: Hallar la media diferencial de: 8 y 2.

$$8 - x = x - 2$$

$$8 + 2 = 2x$$

$$\boxed{10} = 2x \rightarrow \mathbf{5 = x}$$

Ejemplo 2: Hallar la tercera diferencial de: 2 y 8

$$2 - 8 = 8 - x$$

$$-6 = 8 - x$$

$$X = 8 + 6$$

$$\mathbf{X = 14}$$

Ejemplo 3: Hallar la cuarta diferencial de: 10; 4 y 8

$$10 - 4 = 8 - x$$

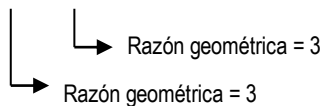
$$X = 8 + 4 - 10$$

$$\mathbf{x = 2}$$

2. Proporción Geométrica: Es la proporción de dos razones Geométricas iguales:

“Se lee: 6 es a 2
como 12 es a 4”

$$\frac{6}{2} = \frac{12}{4}$$

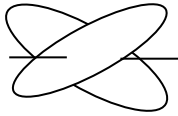


Razón geométrica = 3

Razón geométrica = 3

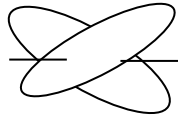
CLASES DE PROPORCIONES GEOMETRICAS

- **Proporción Geométrica Discreta:** Es aquella cuyos términos son diferentes.



$$\begin{array}{ccc} 12 & = & 8 \\ 3 & 2 & \text{extremos} \\ & & \text{medios} \end{array}$$

- **Proporción Geométrica Continua:** Sus términos medios son iguales.



$$\begin{array}{ccc} 8 & = & 4 \\ 4 & 2 & \text{extremos} \\ & & \text{medios} \end{array}$$

“La media proporcional es 4”

- Tercera Proporcional:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Los números dados se distribuyen de la siguiente manera:

$$\frac{2}{8} = \frac{8}{x}; \text{ por propiedad}$$

$$2x = 8 \cdot 8 \Rightarrow x = 32$$

- **Cuarto Proporcional**

Ejemplo: Hallar la Cuarta Proporcional de 10;5 y 18.

Los números se distribuyen de la siguiente manera:

$$\frac{10}{5} = \frac{18}{x}$$

$$10x = 5 \cdot 18 \Rightarrow x = 9$$

Propiedades:

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$
- $\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y $\frac{e}{f} = \frac{g}{n} \Rightarrow \frac{axe}{bxf} = \frac{cxg}{dxh}$

RESOLUCION DE PROBLEMAS

1. Dos de cada 5 alumnos de la clase son niños. Hay 14 niños en la clase ¿Cuántos alumnos hay en total?.

Resolución

Sea x = # Total de alumnos de la clase.

Planteando: $\frac{2}{5} = \frac{14}{x}$; *por propiedad*

$2x = 14 \cdot 5$
donde: $x = 35$

2. En un grupo, la razón de Hombres casados a solteros es de 5 a 3. Si hay 240 hombres en el Grupo. ¿Cuántos hay casados?.

Resolución

Hc = hombres casados
Hs = Hombres solteros
Hc + Hs = 290 (I)

Del enunciado, planteamos la proporción siguiente:

$$\frac{Hc}{Hs} = \frac{5}{3} \quad Hc = \frac{5}{3}Hs \quad (II)$$

Recobrando:

$$\frac{5}{3}Hs + Hs = 240$$

$$Hs = \frac{240 \cdot 3}{8} = 30 \cdot 3 = 90$$

$Hs = 90$

3. Dos números son entre si como 5 a 3, si la diferencia de sus cuadrados es 64. Hallar el menor de dichos números.

Resolución:

Sean “a” y “b” los números

}

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3} \quad \begin{matrix} a = 5k \\ b = 3k \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= 64 \\ (5k)^2 - (3k)^2 &= 64 \\ 25k^2 - 9k^2 &= 64 \\ 16k^2 &= 64 \\ k &= \sqrt{4} \\ k &= 2 \end{aligned}$$

$$b = 3(2) = 6$$

Rpta: 6

Rpta: 6

4. La Razón Geométrica de las raíces cuadradas de dos números es como 1 es a 3. Si la suma de dichos números es 160. Hallar el menor de los dos números.

Resolución:

}

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{1^2}{3^2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{9} \quad \begin{matrix} a = k \\ b = 9k \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} a + b &= 160 \\ k + 9k &= 160 \\ 10k &= 160 \Rightarrow a = 16 \\ k &= 16 \end{aligned}$$

Rpta: 16

Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6}$ y $2a + b - c = 14$

Hallar el valor de: $a + 3b \cdot 2c$

Resolución:

$$a = 2k(14)$$

$$b = 4k(28) \Rightarrow 2(2k) + 4k - 6k = 14$$

$$c = 6k(42)$$

$$2k = 14$$

$$k = 7$$

$$14 + 3(47) \cdot 2(42) = \mathbf{289}$$

5. La razón aritmética de dos números es 20 y su razón geométrica es $2\frac{1}{3}$. Hallar el Mayor de los dos números.

Resolución:

$$a - b = 20$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{7}{3} \\ a = 7k \\ b = 3k \end{array} \right\}$$

$$7k - 3k = 20$$

$$4k = 20$$

$$k = 5$$

$$a = 7(5)$$

$$a = 35$$

Rpta: 35

6. Si:

$$\frac{3}{a} = \frac{4}{b} = \frac{5}{c} = \frac{2}{d} \text{ y } 5a - 2c = 20$$

Hallar el valor de: $a + 3b - 4d$

Resolución:

$$a = 3k \quad 5(3k) - 2(5k) = 20$$

$$b = 4k \quad 15k - 10k = 20$$

$$c = 5k \quad 5k = 20$$

$$d = 2k \quad k = 4$$

$$12 + 48 - 32 = 28$$

Rpta: 28

**CONSTRUYENDO
MIS CONOCIMIENTOS**

1. La razón de dos números es $12/17$ y su suma es 696. Hallar el menor de los números.
 a) 288 b) 144 c) 432
 d) 408 e) N.A.

Resolución:

2. Si: $\frac{a}{b} = \frac{b}{7} = \frac{c}{9}$ y $2a - c = 40$
 Hallar el valor de: "a + b + c"
 a) 480 b) 840 c) 804
 d) 408 e) N.A.

Resolución:

3. Dos números son entre sí como 2 es a 5. Si la suma de sus cuadrados es 261. Hallar el mayor:
 a) 6 b) 9 c) 12
 d) 15 e) 18

Resolución:

4. Si $\frac{A^2}{9} = \frac{B^2}{16}$ y $B - A = 6$
 Hallar el valor de $\frac{7A.B}{A + B}$
 a) 84 b) 27 c) 72
 d) 36 e) N.A.

Resolución:

5. La suma de dos números es 24 y su diferencia es 18. Hallar la razón geométrica de dichos números.
 a) 12 b) $1/12$ c) $1/7$
 d) $1/28$ e) $1/3$

Resolución:

6. La razón de dos números es $3/8$ y su suma es 2497. Hallar el menor
 a) 597 b) 531 c) 691
 d) 731 e) 681

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Si: $\frac{3}{a} = \frac{5}{b} = \frac{7}{c}$ y $a + b - c = 3$

Hallar el valor de: "a - b + c"

- a) 10 b) 12 c) 5
d) 15 e) 20

2. Si: $\frac{2}{a} = \frac{3}{b} = \frac{7}{c} = \frac{11}{d} = k$

$a \cdot b \cdot c \cdot d = 37\ 422$

Hallar "k"

- a) 1/2 b) 1/3 c) 2
d) 3 e) 1/6

3. De un grupo de 858 estudiantes, se sabe que de cada 13 de ellos, 7 practican natación. ¿Cuántos no practican natación?

- a) 386 b) 376 c) 360
d) 396 e) 374

4. La suma, la diferencia y el producto de dos números enteros positivos están en relación de 9, 3 y 72 respectivamente. Hallar la suma de estos dos números.

- a) 24 b) 48 c) 36
d) 30 e) 45

5. Un jugador de billar "A" le da de ventaja a otro "B" 40 caramelos para 100 y "B" le da de ventaja a otro "C", 60 caramelos para 100 ¿Cuántos caramelos debe dar a A a C en un partido de 100?

- a) 76 b) 24 c) 66
d) 34 e) 56

6. La relación de dos edades A y B es de 5 y 4, la relación de B a otra C es de 3 a 7. Si la suma de las tres edades es 165. Hallar la diferencia entre la mayor y la menor.

- a) 38 b) 28 c) 48
d) 18 e) 68

7. Si: $\frac{ab}{30} = \frac{bc}{12} = \frac{ac}{10} \dots (1)$

$a + b + c = 52 \dots (2)$

Hallar: $a - c$

- a) 8 b) 10 c) 12
d) 14 e) 16

8. Si: $\frac{m}{m} = \frac{2}{5}$ y $m + n = 56$

Hallar: "m"

- a) 16 b) 18 c) 24
d) 34 e) 36

9. Dos números son entre sí como 4 y 9, si la suma de ambos es 221. Dar el menor.

- a) 40 b) 52 c) 68
d) 42 e) 64

10. Dos números están en la relación de $3\frac{1}{4}$ a $5\frac{1}{5}$. Si la razón aritmética de ellos es 3030 uno de los números es:

- a) 6040 b) 4060 c) 8030
d) 8050 e) 8080