



PROMEDIOS

Luciana es una alumna que se ha propuesto llegar a ocupar los primeros lugares en rendimiento académico y para eso estuvo estudiando para dar su último examen de aritmética, necesita un 18 como mínimo de nota para poder sacar un promedio de 19 en la libreta que le permita intentar ascender a ese deseado primer puesto a nivel de todos los cuartos del colegio.

Son 4 notas las que tiene hasta el momento, bien ganadas por cierto, siendo éstas 20, 17, 20 y 19.

Si se sabe que Luciana al recibir su libreta de notas obtuvo de promedio final un 17 ¿Cuánto saco de nota en dicho examen?

Dado un conjunto de datos, se denomina promedio a una cantidad representativa de dicho conjunto de datos, donde esta debe estar comprendida entre el menor y mayor valor de los datos.

PROMEDIO ARITMÉTICO (MA)

También conocido como media aritmética, es el promedio más utilizado. Su cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$MA = \frac{\text{suma de datos}}{\text{cantidad de datos}}$$

EJEMPLO 1

Hallar la temperatura promedio de las 5 últimas semanas, sabiendo que éstas son 28°, 26°, 25°, 22° y 20°

RESOLUCIÓN

$$MA = \frac{28^\circ + 26^\circ + 25^\circ + 22^\circ + 20^\circ}{5}$$

$$MA = \frac{121^\circ}{5}$$

$$MA = 24,2^\circ$$

EJEMPLO 2

Se sabe que en un aula el promedio de edades de 17 alumnos es 15 años y el promedio de edades de otros 23 alumnos es 16. Halle la edad promedio del total de alumnos.

RESOLUCIÓN

- Según los datos:

$$15 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{17}}{17}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{17} = 15 \times 17 = 255$$

$$16 = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{23}}{23}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{23} = 16 \times 23 = 368$$

- Según los datos:

$$MA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{17} + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{23}}{40}$$

$$MA = \frac{255 + 368}{40}$$

$$MA = \frac{623}{40}$$

$$MA = 15,6 \text{ años}$$

PROMEDIO GEOMÉTRICO(MG)

También conocido como media geométrica, es el segundo promedio más utilizado, nos permita calcular índices porcentuales y tasas de crecimiento. Su cálculo se realiza de la siguiente manera:

$$MG = \frac{\text{cantidad de datos}}{\text{producto de datos}}$$

EJEMPLO 3

En un poblado del interior el crecimiento poblacional de los últimos 3 años. Hallar la tasa anual de crecimiento sabiendo que en el 2 004 es de 2,16%; el 2 005 de 5,12% y el 2 006 de 7,29%

RESOLUCIÓN

- Tenemos que:

$$MG = \sqrt[3]{(2,16\%)(5,12\%)(7,29\%)} = 4,32\%$$

EJEMPLO 4

El promedio geométrico de 10 números es 4 y el promedio geométrico de otros 5 números diferentes a los anteriores es 32. Calcule el promedio geométrico de los 15 números mencionados.

RESOLUCIÓN

- El MG de los 10 primeros números:

$$MG_{10} = \sqrt[10]{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}} = 4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 4^{10} = 2^{20}$$

$$MG_5 = \sqrt[5]{b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5} = 32$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 = 32^5 = 2^{25}$$

- El MG de los 15 números es:

$$MG_{15} = \sqrt[15]{a_1 + a_2 + \dots + a_{10} + b_1 + \dots + b_5}$$

$$MG_{15} = \sqrt[15]{2^{20} \times 2^{25}} = 8$$

- COMPLEMENTO
- ARITMÉTICO (CA)

Es lo que le falta a un número para ser igual a una unidad del orden inmediato superior de su cifra de mayor orden.

Sea N un número de K cifras.

$$CA(N) = 10^k - N$$

EJEMPLO 5

Hallar el Complemento Aritmético de

RESOLUCIÓN

- $CA(4) = 10 - 4 = 6$
- $CA(73) = 10^2 - 73 = 100 - 73 = 27$
- $CA(582) = 10^3 - 582 = 1000 - 582 = 418$
- $CA(\overline{a}) = 10 - \overline{a} = 10 - \overline{a}$
- $CA(\overline{ab}) = 10^2 - \overline{a} = 100 - \overline{ab}$
- $CA(\overline{abc}) = 10^3 - \overline{a} = 1\ 000 - \overline{abc}$
- $CA(\overline{abcd}) = 10^4 - \overline{a} = 10\ 000 - \overline{abcd}$
- $CA(42_7) = 10_7^2 - 42_7 = 100_7 - 42_7 = 25_7$
- $CA(352_8) = 10_8^3 - 352_8 = 1000_8 - 352_8 = 426_8$

PROMEDIO ARMÓNICO (MH)

También conocido como media armónica, es la inversa de la MA de las inversas de los datos.

$$MH = \frac{\text{cantidad de datos}}{\text{suma de las inversas de los datos}}$$

EJEMPLO 5

Calcular el promedio armónico de las edades de tres personas que tienen 24, 16 y 30 años.

RESOLUCIÓN

- Tenemos que:

$$MH(16; 24; 30) = \frac{3}{\frac{1}{24} + \frac{1}{16} + \frac{1}{30}}$$

- Efectuando:

$$MH(16; 24; 30) = 21,81$$

EJEMPLO 6

El promedio armónico de 20 números es $\frac{3}{5}$ y de otros 30 números diferentes a los anteriores es $\frac{9}{8}$. Halle el promedio armónico de los 50 números.

RESOLUCIÓN

- Tenemos que:

$$MH(a_1, a_2, \dots, a_{20}) = \frac{20}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}}} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}} = \frac{100}{3}$$

$$MH(b_1, b_2, \dots, b_{20}) = \frac{\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_{20}}}{20} = \frac{80}{3} = \frac{8}{3}$$

$$MH(a_1, a_2, \dots, a_{20}, b_1, b_2, \dots, b_{20}) = \frac{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{20}} + \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_{20}}}{40} = \frac{100}{3} + \frac{80}{3} = \frac{5}{6}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

- Hallar la temperatura promedio de las 5 últimas semanas, sabiendo que éstas son 23°, 22°, 20°, 24° y 19°
-
- Se sabe que en un aula el promedio de edades de 17 alumnos es 16 años y el promedio de edades de otros 23 alumnos es 14. Halle la edad promedio del total de alumnos.
-
- En un poblado del interior el crecimiento poblacional de los últimos 3 años. Hallar la tasa anual de crecimiento sabiendo que en el 2004 es de 3,12%; el 2005 de 7,08% y en el año 2006 de 9,45%
-
- El promedio geométrico de 20 números es 2 y el promedio geométrico de otros 10 números diferentes a los anteriores es 16. Calcule el promedio geométrico de los 30 números mencionados.
-
- Para 2 números a y b cuya suma de cuadrados es 180, se cumple que la relación entre su MH y su MA es equivalente a 8/9. Hallar la diferencia de cuadrados de dichos números
- 108 (c) 144 (e) 105
(a) 98 (d) 120