



PRODUCTOS NOTABLES I

Se llaman productos notables a aquellos resultados de la multiplicación entre dos polinomios que tienen características especiales y que se pueden determinar directamente sin necesidad de efectuar la operación de multiplicación.

1. CUADRADO DE UN BINOMIO:

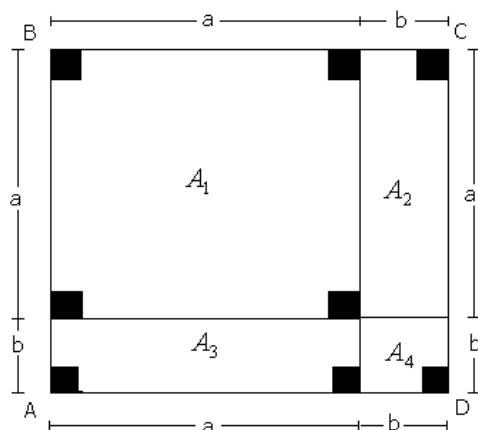
1er Caso: Cuadrado de un "Binomio Suma"

Sea $(a+b)$ la suma de dos monomios. Elevar al cuadrado $(a+b)$ equivale a multiplicar el binomio $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$, efectuando el producto, se obtiene:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

El cuadrado de un "binomio suma" es igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL CUADRADO DE UN BINOMIO SUMA



Consideremos que $(a+b)$ es el lado del cuadrado ABCD. El área del cuadrado ABCD es:

$$\text{Área del cuadrado ABCD} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

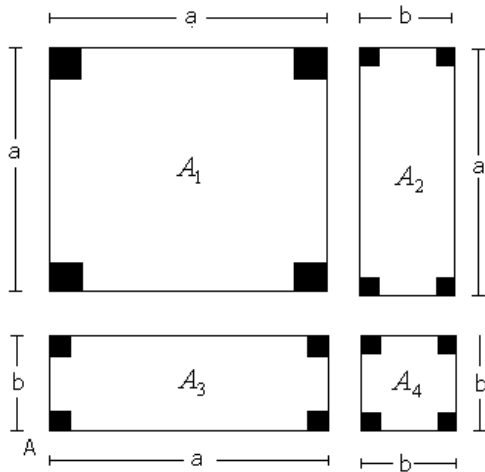
$\Rightarrow$ Área del cuadrado: $A_1 = a^2$
de lado "a"

$\Rightarrow$ Área del rectángulo $A_2 = a \cdot b$
de lado "b" y "a".

⇒ Área del rectángulo $A_3 = a \cdot b$
de lado "a", "b".

⇒ Área del cuadrado: $A_4 = b^2$
de lado "b"

Por lo tanto:



Área del cuadrado ABCD

$$= A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

La conclusión obtenida anteriormente permite decir que:

Área del cuadrado

$$= (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{BCD}$$

2do Caso: Cuadrado de un "binomio deferencia"

Elevar al cuadrado el binomio $(a - b)$ equivale a multiplicar por si mismo.

Esto es:

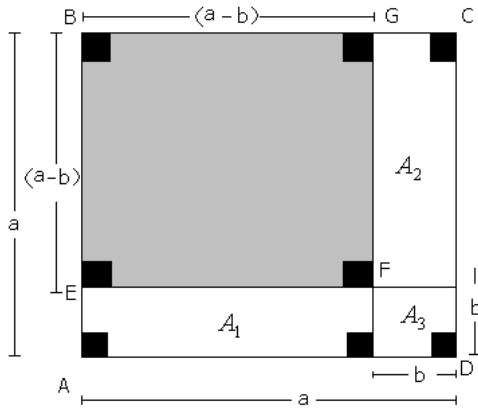
$$(a - b)^2 = (a - b) (a - b), \text{ efectuando el}$$

producto se obtiene

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

El cuadrado de un "binomio deferencia" es igual al cuadrado del primero, menos el doble del primero por el segundo, mas el cuadrado del segundo.

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL CUADRADO DE "UN BINOMIO DIFERENCIA"

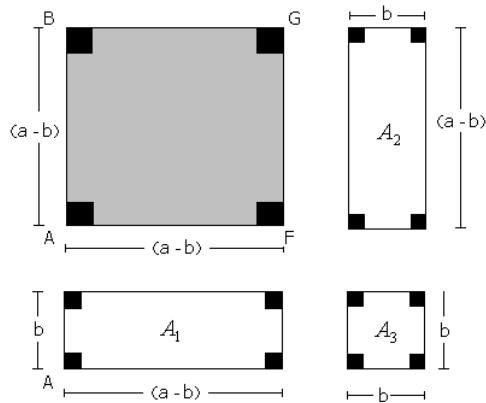


Consideremos que "a" es el lado del cuadrado ABCP.

El área del cuadrado ABCD es:

Área del cuadrado = a^2
ABCD

Las figuras geométricas que corresponden a cada una de las áreas (A_1 , A_2 , A_3) que forman parte del cuadrado ABCP son:



⇒ Área del rectángulo de lados b y $(a - b)$

$$A_1 = b(a - b)$$

⇒ Área del rectángulo de lados $(a - b)$ y b

$$A_2 = b(a - b)$$

⇒ Área del cuadrado de lado b ,

$$A_3 = b^2$$

Por lo tanto:

Área del cuadrado BEFG =

Área $\square$ ABCD - A_1 - A_2 - A_3

$$= a^2 + ab + b^2 - ab + b^2 - b^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

La conclusión obtenida anteriormente permite decir que:

AREA DEL CUADRADO

$$= (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \text{BEFG}$$

Ejemplos del 1er caso

$$1) \quad (x + 3)^2 = x^2 + 2(x)(3) + 3^2 = \boxed{x^2 + 6x + 9}$$

$$2) \quad (2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2 = \boxed{4x^2 + 20x + 25}$$

$$3) \quad (x^2 + 2y)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2)(2y) + (2y)^2 \quad \boxed{x^4 + 4x^2y + 4y^2}$$

$$4) \quad \left(\frac{2}{5}x^3y + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}x^3y\right)^2 + 2\left(\frac{2}{5}x^3y\right)\left(\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= \boxed{\frac{4}{25}x^6y^2 + \frac{6}{5}x^3y + \frac{9}{4}}$$

Ejemplos de 2do caso.

$$1) \quad (5x - 3)^2 = (5x)^2 - 2(5x)(3) + 3^2$$

$$= \boxed{25x^2 - 30x + 9}$$

$$2) (3x^2 - 2y)^2 = (3x^2)^2 - 2(3x^2)(2y) + (2y)^2$$

$$= 9x^4 - 12x^2y + 4y^2$$

$$3) (2xy^3 - 5z^4)^2 = (2xy^3)^2 - 2(2xy^3)(5z^4) + (5z^4)^2$$

$$= 4x^2y^6 - 20xy^3z^4 + 25z^8$$

$$4) \left(\frac{2}{3}x^2y - \frac{5}{4}x \right)^2 = \left(\frac{2}{3}x^2y \right)^2 - 2 \left(\frac{2}{3}x^2y \right) \left(\frac{5}{4}x \right) + \left(\frac{5}{4}x \right)^2$$

$$= \frac{4}{9}x^4y^2 - \frac{5}{3}x^3y + \frac{25}{16}x^2$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Desarrolla por simple inspección:

a) $(x + 4)^2$

b) $(a + 7)^2$

c) $(2a + 5)^2$

d) $(3x - 1)^2$

e) $(8ab - 3)^2$

f) $(-8a^2b - b)^2$

g) $(-12a^3 + b^4)^2$

h) $\left(w + \frac{7}{2} \right)^2$

i) $(0,4 - 3)^2$

j) $(0,5a^2b + 6ab)^2$

k) $(4 + \sqrt{3})^2$

l) $(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})^2$

m) $(\sqrt{3a} + \sqrt{12b})^2$

n) $(3x^n + 2x)^2$

2) Halla $[(m+n)^2 + 5]^2$

3) Halla el valor de E, si

$$E = [7 - 3(x - y)]^2$$

4) Realiza las siguientes operaciones combinadas

a) $(x + 2)^2 - [(x + 1)^2 - 3]$

b) $(x + y - 1)^2$

c) $3(x + 2)^2 - 2(x - 1)^2$

d) $[(m - 3)^2 + 1]^2 + 16$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Halla por simple inspección

a) $(y - 3)^2$

b) $(x + 4y)^2$

c) $(5a - b)^2$

d) $(7x^2 - 1)$

e) $(1 - 4x^2y^3)^2$

f) $\left(\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}b\right)^2$

g) $\left(\frac{3}{7}m + \frac{1}{5}\right)^2$

h) $(0,3xy - 1,2)^2$

i) $(1,5b^3c^2 - 0,2b)^2$

j) $(5 - \sqrt{2})^2$

k) $(\sqrt{3-b})^2$

l) $(5y^{m+3} - 2y^{m-1})^2$

m) $(\sqrt{8a^3b} + \sqrt{18ab})^2$

n) $\left(\sqrt{\frac{6}{2}}x^3 - 2\sqrt{\frac{3}{9}}y^7\right)^2$

o) $(\sqrt{24a} + 3\sqrt{6a})^2$

p) $\left(-6x^n y - \frac{1}{3}xy^n\right)^2$

q) $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2$

r) $\left(\sqrt{\frac{a^3}{b^5}} - \sqrt{\frac{b^5}{a^3}}\right)^2$

2. Halla el valor de P, si:

$$P = [3 - 2(x - y)]^2$$

3. Determina:

$$R, \text{ si } R = [(m+3)^2 + 1]^2 - (m+1)^2$$

4. Determina por simple inspección:

a) $(a + 1)^2$

b) $(a - 3)^2$

c) $\left(0,1m^3 - \frac{1}{2}n^5\right)^2$

d) $\left(2n^3x^2 + \frac{1}{5}m^3y^2\right)$

ALGEBRA

e) $(0,2x^2 - 0,3y^3y^2)^2$

f) $(3a^2b - 5ab^5)^2$

g) $(2x^2y + 6xy^2)^2$

h) $(\sqrt{3}a + b\sqrt{0,12c})^2$

i) $(2\sqrt{3}x^2 - 2m)^2$

j) $(x^5y - mn^3)^2$

k) $(1 - 0,5x^2y^3)^2$

l) $(a^2 - 1)^2$

m) $(0,5 + 4ab^2)^2$

n) $(2x^{3n} - 3y^n)^2$

o) $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2$

p) $(-\sqrt{3}m^3 - \sqrt{27}n^5)^2$

q) $(2x^{m+1} - y^{2n-1})^2$

r) $[(2a + b) + 3h]^2$

s) $[2x - (3a^2 + b)]^2$

t) $[(a + b) + 3]^2$

u) $[(x - y) + 5]^2$