



## OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES, SUMA Y RESTA

### ADICIÓN:

La adición en  $\mathbb{N}$  es la operación que a cada par ordenado.  $(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , le hace corresponder su suma  $a + b = C \in \mathbb{N}$

$$(a; b) \Rightarrow a + b = C$$

### PROPIEDADES DE LA ADICIÓN EN $\mathbb{N}$ :

El conjunto de los números naturales satisface las siguientes propiedades:

**Clausura:** La suma de dos números naturales es otro número natural.

$$\forall a, b \in \mathbb{N}$$

$$a + b = c$$

$$\text{Ejemplo } 3 + 4 = 7$$

### Conmutativa:

El orden de los sumandos no altera la suma.

$$\forall a, b \in \mathbb{N}$$

$$a + b = b + a$$

$$\text{Ejemplo } 5 + 2 = 2 + 5$$

### Asociativa:

La forma como se agrupan tres o más sumandos no se altera la suma.

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(13 + 15) + 12 = 13 + (15 + 12)$$

### Elemento neutro :

La suma de un número con el cero da el mismo número.

$$\forall a \in \mathbb{N}$$

$$a + 0 = a$$

$$0 + a = a$$



$$\text{Ejemplo: } 4 + 0 = 4$$

$$0 + 6 = 6$$

**Monotonía:** Si a ambos miembros de una igualdad le sumamos un mismo número, la igualdad se mantiene.

$$\forall a, b, c; n \in \mathbb{N}$$

$$\text{Si } a + b = c$$

$$\text{Entonces } a + b + n = c + n$$

Ejemplo:

$$\text{Si } 3 + 4 = 7$$

$$\text{Entonces } 3 + 4 + 6 = 7 + 6$$

**Cancelativa:** Si ambos miembros de una igualdad le suprimimos el mismo sumando, la igualdad se mantiene.

$$\forall a, b, c; n \in \mathbb{N}$$

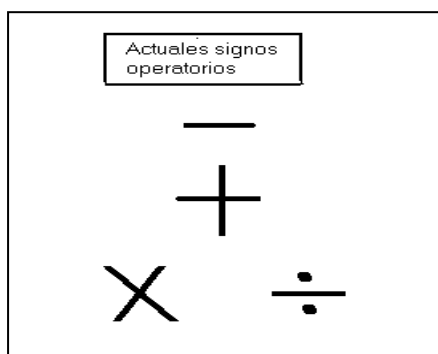
$$\text{Si } a + b + n = c + n$$

$$a + b = c$$

$$7 + 2 + 4 = 9 + 4$$

$$7 + 2 = 9$$

## IMPORTANTE



El alemán Widman en 1489, al publicar un libro de Aritmética fue el primero en utilizar los signos + y - para indicar exceso y déficit, pero al poco tiempo se empezó a utilizar como signos de las operaciones de adición y sustracción.

En 1631, William Oughtred en Inglaterra usa por primera vez el signo x para hincar la operación de la multiplicación en su obra Clavia Mathematicae.

En 1669, Rahn publica un libro donde se emplea por primera vez el signo ÷ para indicar la operación de la división.

### SUSTRACCIÓN EN N

La sustracción en N es la operación que a cada par ordenado  $(a;b) \in \mathbb{N}$ , donde  $a \geq b$ , le hace corresponder su diferencia.

$$a - b = c \in \mathbb{N}$$

$$(a; b) \rightarrow a - b = c, \text{ tal que } a = b + c$$

## PROPIEDADES DE LA SUSTRACCIÓN

### Inalterabilidad de la diferencia

Si el minuendo y el sustraendo aumenta o disminuye en un mismo número, la diferencia se mantiene.

Ejemplos:

$$a) 82 - 52 = 30 \rightarrow (82+5) - (52+5) = 30$$

$$b) 82 - 52 = 30 \rightarrow (82 - 2) - (52 - 2) = 30$$

### Alteraciones de la diferencia

- Si el minuendo aumenta o disminuye en un número, la diferencia aumenta o disminuye en dicho número.

Ejemplo

$$a) 100 - 49 = 51 \quad 100+9 - 49 = 51+9$$

$$b) 100 - 49 = 51 \quad (100-1) - 49 = 51 - 1$$

$$99 - 49 = 50$$

- Si el sustraendo aumenta o disminuye en un número, la diferencia disminuye o aumenta en dicho número.

Ejemplo

$$a) 105 - 48 = 57 \rightarrow 105 - (48+1) = (57-1)$$

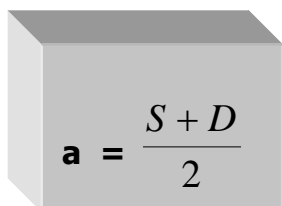
$$105 - 49 = 56$$

$$b) 105 - 47 = 58 \rightarrow 105 - (48 - 1) = 57+1$$

$$105 - 47 = 58$$

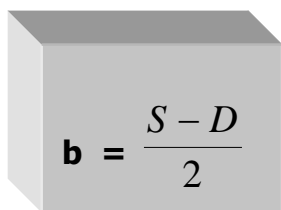
## APLICACIONES DE LA SUMA Y DIFERENCIA DE DOS NÚMEROS

Dada la suma (s) y la diferencia (D) de dos números "a" y "b" donde a es > que b, el número mayor "a" se calcula como la semisuma de S y D, es decir:



$$a = \frac{S + D}{2}$$

El número menor "b" se calcula como la semidiferencia de S y D, es decir:



$$b = \frac{S - D}{2}$$

### Ejemplo 1

La suma de dos números es 16 y su diferencia 10. Hallar dichos números.

Solución:

Datos:  $S = 16$

$D = 10$

# Mayor:  $a = \frac{S + D}{2} = \frac{16 + 10}{2} = 13$

# Menor :  $b = \frac{S - D}{2} = \frac{16 - 10}{2} =$

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$h = 3$$

Rpta. Los números son : 13 y 3

### Ejemplo 2

Gloria y Enrique compran un libro de Aritmética cuyo precio es S/. 50 si Gloria aportó S/. 12 más que Enrique para la compra. ¿Cuánto dinero puso cada uno?

Solución

Datos:  $S = 50$

$D = 12$

Dinero que aportó Gloria #  $a = \frac{S + D}{2}$

$$a = \frac{50 + 12}{2} = 31$$

Dinero que aportó Enrique #  $b = \frac{S - D}{2}$

$$a = \frac{50 - 12}{2} = 19$$

Rpta. Gloria aportó S/. 31  
Enrique aportó S/. 19

**CONSTRUYENDO****MIS CONOCIMIENTOS**

1. Un camión realiza tres viajes; en el primer viaje lleva 1746 ladrillos, en el segundo 3645 y en el tercero 5728 ¿Cuántos ladrillos traslado?
2. Las dimensiones de una cancha de fútbol son: 115 m. De largo y 48 m de ancho ¿Cuánto mide su perímetro?
3. Cuando Nataly nació su madre tenía 39 años. Ahora la madre tiene 48 años ¿Qué edad tiene Nataly?
4. Cuatro obreros han recibido S/. 5000 soles por un trabajo. Al primero le toca S/. 960, al segundo 220 soles más que al primero, al tercero S/. 135 menos que a los primeros juntos, y al cuarto el resto ¿cuánto ha recibido cada uno?
5. Carmen dispone de S/. 700 para comprar regalos para sus hijos Walter, Elizabeth, Carla. Si el de Walter cuesta S/. 225, el de Elizabeth S/. 42 menos que Walter ¿De cuánto dispone para comprar el regalo para Carla?
6. La suma de los términos de una sustracción es 400. ¿Cuáles son esos números si la diferencia excede en 80 al sustraendo?

$$M=20; S= 60 D= 140$$

7. Efectúa las siguientes adiciones:

- a)  $900 + (372 + 100)$
- b)  $850 + (150 + 200)$
- c)  $(900 + 700) + (100 + 300)$
- d)  $900 + 450 + 250 + 1100$

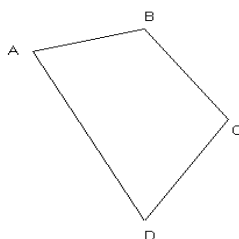
8. Efectúa las sustracciones

- a)  $60\ 075 - 23\ 725$
- b)  $323\ 452 - 123\ 652$
- c)  $273 - 654\ 89573$
- d)  $430\ 007 - 407\ 029$

- 9) Las edades de Bruno y su padre suman 50 años y su diferencia es 24 años. ¿cuál es la edad de Bruno?

**REFORZANDO****MIS CAPACIDADES**

1. Si en una sustracción se aumenta el minuendo en 12 y el sustraendo en 7. ¿Qué le pasa al resultado?
2. Si el sustraendo disminuye en 8 unidades y el minuendo en 20. ¿Qué alteración sufre la diferencia?
3. Francisco terminó la secundaria a los 16 años, se graduó de ingeniero 5 años después, se casó 8 años más tarde, luego viajó a España 4 años después y 12 años más tarde fue nombrado catedrático ¿A que edad fue nombrado catedrático?
4. Melani pagó una deuda de S/. 2040 y más tarde pagó S/. 368, quedándole tanto como había pagado, más S/. 528 ¿Cuánto dinero tenía?
5. Milagros nació en 1970, se casó a los 20 años, tres años después nació su hija y viajó a Estados Unidos cuando su hijo tenía 9 años. ¿En qué año viajó a los Estados Unidos?
6. En el cuadrilátero: su perímetro es  $AB + BC + CD + DA$  mide 116 cm, el lado AB mide 10 cm, BC mide el triple de AB, CD mide tanto como AB y BC juntos ¿Cuánto mide el lado DA?



2. Efectúa las siguientes adiciones:

- a)  $95\ 000 + (5000 + 7140)$
- b)  $(900 + 800) + (200 + 350)$
- c)  $(1150 + 840) + (370 + 480)$
- d)  $(425 + 162) + 185$

3. Efectúa las sustracciones

a)  $23\ 500 - 8\ 500$

b)  $236\ 489 - 204\ 435$

c)  $836\ 400 - 678\ 476$

d)  $943\ 500 - 841\ 999$

4. Las edades de Juan y su padre suman 60 años y su diferencia es 36 años. ¿Cuál es la edad de Juan?