

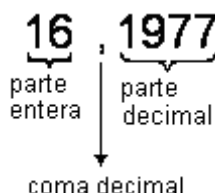


NÚMEROS DECIMALES

INDICADOR.- Identificar e interpretar los números decimales.

Números Decimales.

Es la expresión en forma lineal de un valor determinado que consta de dos partes: una parte entera y una decimal separadas ambas por una coma:



El número decimal puede obtenerse dividiendo el numerador entre el denominador de una fracción.

Ejemplos:

$$\diamond \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\cdot \frac{13}{3} = 4,3333\dots$$

$$\diamond \frac{14}{200} = 0,07$$

$$\cdot \frac{17}{90} = 0,1888\dots$$

Los números decimales generados así se clasifican en:

- Decimal exacto
- Decimal inexacto

1. Decimal Exacto:

Posee limitada cantidad de cifras en la parte decimal. Una fracción irreducible dará origen a un decimal exacto, cuando el denominador es una potencia de 2, potencia de 5 o producto de potencias de 2 y 5 únicamente.

Ejemplos:

$$\diamond \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 0,25$$

(dos cifras decimales)

$$\diamond \frac{3}{125} = \frac{3}{5^3} = 0,024$$

(tres cifras decimales)

$$\diamond \frac{67}{500} = \frac{67}{2^2 \times 5^3} = 0,134$$

(tres cifras decimales)

$$\diamond \frac{7}{400} = \frac{7}{2^4 \times 5^2} = 0,0175$$

(cuatro cifras decimales)

Observación.

La cantidad de cifras decimales esta dada por el mayor exponente de 2 o 5 en el denominador de la fracción irreducible.

Fracción Generatriz:

Es la fracción que genera los números decimales. En un decimal exacto menor que 1, la fracción generatriz será la fracción que tiene como numerador al número formado por las cifras decimales y como denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el número.

- $0,235 = \frac{235}{1000} = \frac{47}{200}$
- $3,24 = 3 + \frac{24}{100} = 3 + \frac{6}{25} = \frac{81}{25}$

2. Decimal Inexacto:**2.1. Decimal inexacto periódico puro.**

Es el decimal que posee una cantidad ilimitada de cifras en la parte decimal que se repiten infinitamente. Estos decimales son originados por fracciones irreducibles cuyo denominador está formado por factores primos diferentes a 2 y 5.

Ejemplos:

- $\frac{7}{3} = \frac{21}{9} = 2,333... = 2,\hat{3}$ (una cifra periódica)
- $\frac{31}{11} = \frac{279}{99} = 2,818181... = 2,8\hat{1}$ (dos cifras periódicas)
- $\frac{1}{3333} = \frac{3}{9999} = 0,00030003... = 0,000\hat{3}$ (cuatro cifras periódicas)

Observaciones.

La cantidad de cifras periódicas está por el menor número formado únicamente por cifras nueve que contiene exactamente al denominador de la fracción irreducible.

Tabla de los nueves:

$$\begin{aligned}
 9 &= 3^2 \\
 99 &= 3^2 \times 11 \\
 999 &= 3^3 \times 37 \\
 9999 &= 3^2 \times 11 \times 101 \\
 99999 &= 3^2 \times 41 \times 271 \\
 999999 &= 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37 \\
 9999999 &= 3^2 \times 239 \times 4649
 \end{aligned}$$

Si el denominador de la fracción irreducible es el producto de varios factores primos diferentes, el número de cifras periódicas está dado por el MCM de la cantidad de cifras de los menores números formados por cifras 9 que contengan a los factores primos indicados.

Ejemplo.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 11 \times 37 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 11 \text{ es contenido por } 99 \text{ (dos cifras periódicas)} \\ 37 \text{ es contenido por } 999 \text{ (tres cifras periódicas)} \end{array}$$

$$\rightarrow \text{MCM}(2,3)=6$$

$\therefore$ Tendrá seis cifras periódicas

Fracción Generatriz.

La fracción generatriz de un decimal inexacto periódico puro, menor a 1, se obtiene al colocar en el numerador el número formado por las cifras del periodo y en el denominador tanto nueves como cifras tengan el periodo.

Ejemplos:

$$0,7\widehat{2} = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}$$

$$0,10\widehat{4} = \frac{104}{999}$$

$$\text{En general: } 0,abc....m = \frac{\overline{abc....m}}{999....9}$$

2.2. Decimal inexacto Periódico Mixto

Posee un conjunto de cifras que no se repiten (cifras no periódicas) y otro conjunto de cifras que se repiten en forma periódica (cifras periódicas).

Ejemplos:

$$2,37777... = 2,3\widehat{7}$$

$$0,31444... = 0,31\widehat{4}$$

$$0,23567567... = 0,2356\widehat{7}$$

Las fracciones irreducibles que dan origen a estos números decimales, poseen en el denominador, productos de potencias de 2 o 5 y además factores primos diferentes de 2 y 5.

$$\frac{7}{55} = \frac{7}{5^1 \times 11} = \frac{63}{5^1 \times 99} = 0,12\widehat{7} \begin{array}{l} \longrightarrow \bullet \text{ una cifra no periódica} \\ \longrightarrow \bullet \text{ dos cifras periódicas} \end{array}$$

$$\frac{13}{148} = \frac{13}{2^2 \times 37} = \frac{351}{2^2 \times 999} = 0,0878\widehat{3} \begin{array}{l} \longrightarrow \bullet \text{ dos cifras no periódicas} \\ \longrightarrow \bullet \text{ tres cifras periódicas} \end{array}$$

Observación:

Para encontrar la cantidad de cifras periódicas y no periódicas se procede según se indica en los casos anteriores.

Ejemplo.

$$\frac{7}{2^3 \times 5 \times 41}$$

- tres cifras no periódicas, ya que el mayor exponente de 2 es 3.
- cinco cifras periódicas ya que 41 está contenido en 99999.

Fracción Generatriz.

La fracción generatriz de un decimal inexacto periódico mixto, menor a 1, será la que tenga en el numerador la diferencia entre el numero formado por las cifras no periódicas y las cifras del periodo, menos el número formado por el periodo; y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el periodo seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.

- $0,12\hat{3} = \frac{123-1}{990} = \frac{122}{990} = \frac{61}{495}$
- $2,3542\hat{1} = 2 + \frac{35421-35}{99900} = \frac{235186}{99900}$

En general:

$$0,m\overline{ab} = \frac{\overline{mab} - m}{990}$$

Aplicación:

Simplificar

$$M = \frac{(2,15)(5)(3,\hat{5} - 1,8\hat{3})}{(3,1)(0,101)(71)(9,\hat{7} - 6,\hat{4})}$$

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

d) 1/5

e) 2/3

Resolución:

Como:

$$\bullet 2,15 = 2 + \frac{15}{99} = 2 + \frac{5}{33} = \frac{71}{33}$$

$$\bullet 3,\hat{5} = 3 + \frac{5}{9} = \frac{32}{9}$$

$$\bullet 1,8\hat{3} = 1 + \frac{83-8}{90} = 1 + \frac{75}{90} = 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\bullet 3,1 = \frac{31}{10}$$

$$\bullet 0,101 = \frac{101-1}{990} = \frac{100}{990} = \frac{10}{99}$$

$$\bullet 9,7 = 9 + \frac{7}{9} = \frac{88}{9}$$

$$\bullet 6,\hat{4} = 6 + \frac{4}{9} = \frac{58}{9}$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. ¿Qué número real esta completado entre "a" y "b" si: $a=7/30$ y $b=0,25$?
 A) 0,233 B) 6/25 C) 11/50 D) 3/11 E) N.A.

Resolución

El decimal periódico: 0,4818181... equivale a la fracción

A) $\frac{12}{25}$ B) $\frac{53}{110}$ C) $\frac{11}{25}$ D) $\frac{125}{251}$ E) $\frac{26}{55}$

Resolución

2. Simplificar:

$$S = (\sqrt[3]{0,216} - \sqrt{0,4}) \div (0,1666... + 0,1)$$

- a) 0,25 b) $0,2\bar{5}$ c) $-0,2\bar{5}$
 d) -0,25 e) -0,75

Resolución

3. Hallar la fracción generatriz de:

$$0,(2a)(2\bar{a})$$

- a) $\frac{12a}{9}$ b) $\frac{12a}{99}$ c) $\frac{2a}{9}$
 d) $\frac{2a}{25}$ e) N.A

Resolución

4. Calcular "R"

$$R = \frac{1,1 + 2,2 + 3,3 + \dots + 9,9}{1,1 + 2,2 + 3,3 + \dots + 9,9}$$

- a) 1 b) 0,95 c) 0,99
 d) 0,9 e) 0,91

Resolución

5. Si: $\frac{a}{5} + \frac{b}{11} = 0,78\bar{1}$ Hallar a+b

- a) 3 b) 4 e) 5
 d) 6 e) 7

Resolución**REFORZANDO****MIS CAPACIDADES**

1. Dados los números: $0, a\hat{b} = \frac{b-5}{6}$ y $0, b\hat{a} = \frac{5a+6}{18}$. Hallar la tertia cifra decimal que resulta al sumarlos
 A) 3 B) 6 C) 5 D) 4 E) 7

2. Calcular : $a + b + c$; si:

$$\frac{\overline{ab}}{100} + \frac{\overline{bc}}{100} + \frac{\overline{ca}}{100} = 4,18$$

- a) 18 b) 28 c) 38
d) 48 e) 58

2. Calcular: $(a + 2)^2$; si:

$$\frac{a}{11} = 0,4\overline{5}$$

- A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

3. La generatriz de 0,1666... es :

- A) 4/25 B) 1/9 C) 2/5 D) 1/6 E) $\frac{633}{500}$

4. Calcular:

$$E = (0,2333...) \cdot (0,23535...)^{-1}$$

- A) 233/230 B) 230/233
C) 322/230 D) 2306322
E) 1

5. Hallar: $a + b$; $\frac{a}{11} + \frac{b}{3} = 0,969696...$

- A) 5 B) 8 C) 6 D) 7 E) 9

6. Calcular la fracción equivalente a:

$$(\sqrt{2,333...} + \sqrt{0,58333...})^2$$

- A) 21/2 B) 21/8 C) 21/4 D) 21/16 E) 7/3

7. La fracción decimal equivalente a:

$$(\sqrt{0,91666...} + \sqrt{3,666...})^2 \text{ es:}$$

- A) 7, 52 B) 8, 25 C) 8, 77 D) 8, 97 E) 8, 18

8. ¿Cuál es la última cifra del periodo de: $3\frac{1}{19}$?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 8

9. Efectuar:

$$\frac{\sqrt{125 - 0,8}}{\sqrt{125} - \sqrt{0,8}}$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5