



MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

- 1° Se descomponen en factores todos los posibles términos de las fracciones que se van a operar.
- 2° Se simplifica, suprimiendo factores comunes del numerador y denominador.
- 3° Se multiplican numeradores y denominadores entre sí.
- 4° Para la división en general, se multiplica la fracción dividiendo por el inverso de la fracción divisor. Así:

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

Ejemplo 1:

Efectuar:

$$M = \frac{k^2 + 3k + 2}{k^2 - 1} \cdot \frac{k^2 - 9}{k^2 - k - 6}$$

Solución:

Factorizando numeradores y denominadores.

$$M = \frac{(k+2)(k+1)}{(k+1)(k-1)} \cdot \frac{(k-3)(k+3)}{(k-3)(k+2)}$$

Cancelando los factores comunes.

$$\text{Rpta. } M = \frac{k+3}{k-1}$$

Ejemplo 2:

Efectuar:

$$W = \frac{a^2 + 7a + 12}{a^2 + a - 2} \div \frac{a^2 - 4a + 3}{a^2 - a - 6}$$

Solución:

Multiplicando la fracción dividiendo por la fracción divisor:

$$W = \frac{a^2 + 7a + 12}{a^2 + a - 2} \times \frac{a^2 - a - 6}{a^2 + 4a + 3}$$

Factorizando numeradores y denominadores.

$$W = \frac{(a+3)(a+4)}{(a+2)(a-1)} \times \frac{(a-3)(a+2)}{(a+3)(a+1)}$$

Cancelando los factores comunes.

$$W = \frac{(a+4)(a-3)}{(a-1)(a+1)}$$

$$\text{Rpta. } W = \frac{a^2 + a - 12}{a^2 - 1}$$

Ejemplo 3:

Efectuar:

$$K = \frac{x^2 - 9}{x + 2} \cdot \frac{x - 2}{x + 3} \cdot \frac{x^3 + 8}{x^2 - 5x + 6}$$

Solución:

Factorizando numeradores y denominadores.

$$K = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)} \cdot \frac{x-2}{x+3} \cdot \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x-3)(x-2)}$$

Cancelando factores comunes.

$$\text{Rpta. } K = x^2 - 2x + 4$$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES COMPLEJAS REGLA:

1º Se efectúan las operaciones indicadas en el numerador y denominador de la fracción algebraica.

2º Se divide el resultado que se obtenga en el numerador entre el resultado que se obtenga en el denominador.

Ejemplo 1:

Reducir:

$$A = \frac{\frac{a}{x} - \frac{x}{a}}{1 + \frac{a}{x}}$$

Solución:

Efectuando las operaciones en el numerador y denominador.

$$A = \frac{\frac{a^2 - x^2}{x + a}}{\frac{x}{x + a}} = \frac{\frac{(a - x)(x + a)}{x + a}}{\frac{x}{x + a}}$$

$$A = \frac{x(a - x)(x + a)}{ax(x + a)}$$

Cancelando factores comunes.

$$\text{Rpta. } A = \frac{a - x}{a}$$

Ejemplo 2:

Efectuar:

$$W = \frac{\frac{a^2 + b^2}{a + b} - \frac{a^2 - b^2}{a - b}}{\frac{a - b}{a + b}}$$

Solución:

Efectuando las operaciones en el numerador y denominador.

$$W = \frac{\frac{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}}{\frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{(a - b)(a + b)}}$$

Reduciendo los numeradores:

$$W = \frac{\frac{4a^2b^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)}}{\frac{4ab}{(a - b)(a + b)}}$$

Dividiendo el resultado del numerador entre el resultado del denominador.

$$W = \frac{4a^2b^2}{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{4ab}$$

Factorizando los factores comunes.

$$\text{Rpta. } W = \frac{ab}{a^2 + b^2}$$

1. Efectuar:

$$\frac{a^2b^3}{(m^3n^4)^5} \cdot \frac{(m^2n^3)^4}{(a^2b)^5}$$

Resolución :

Rpta. $\frac{1}{m^7n^8a^8b^2}$

2. Efectuar:

$$\frac{12m-3n}{15a+10b} \cdot \frac{21a+14b}{20m-5n}$$

Resolución :

Rpta. $\frac{21}{25}$

3. Efectuar:

$$\frac{m^2-6m-16}{m^2-10m-24} \cdot \frac{m^2+m-12}{m^2-m-6}$$

Resolución :

Rpta. $\frac{(m-8)(m+4)}{(m-12)(m+2)}$

1.- Efectuar:

$$\frac{m^2-9}{m^2-6m+9} \cdot \frac{m^2-7m+12}{m^2+8m+16} \cdot \frac{m^2+7m+12}{m^2+2m}$$

Resolución:

Rpta. $\frac{(m+3)^2(m-4)}{m(m+2)(m+4)}$

5. Efectuar :

$$K = \left(\frac{m+2}{2} - \frac{m+1}{6} \right) \div \frac{2m+5}{3}$$

Resolución:

Rpta. $K = \frac{1}{2}$

6. Efectuar:

$$\frac{m^3+m}{m^2-m} \div \frac{m^3-m^2}{m^2-2m+1}$$

Resolución :

Rpta. $1 + m^{-2}$

7. Efectuar:

$$M = \frac{1}{x - \frac{x}{x - \frac{x^2}{x+1}}}$$

Resolución:

Rpta. $M = -1$

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Efectuar: $\frac{3(m+n)}{2(m-n)} \cdot \frac{(m^2-n^2)}{6m}$

- a) $(m+n)^2$ b) $(m-n)^2$ c) $(m-n)^3$
d) $\frac{(m+n)^2}{4}$ e) N.A.

2. Simplificar:

$$\frac{(a-1)^2}{2y^2} \cdot \frac{4y(a+1)}{a^2-1}$$

- a) $\frac{2(a-1)}{y}$ b) $2(a+1)$ c) $a+2y$
d) $2y+a^2$ e) N.A.

3. Efectuar:

$$\frac{x^2+11x+30}{x^2-7x+10} \cdot \frac{x^2-25}{x^2+10x+25}$$

- a) $\frac{x+6}{x-2}$ b) $x+6$ c) $x+2$
d) $\frac{x+2}{2}$ e) N.A.

4. Reducir:

$$\frac{m^2+3m+2}{m+3} \cdot \frac{m^2+6m+9}{m^2+4m+4} \cdot \frac{m+2}{m^2+4m+3}$$

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) N.A.

5. Simplificar:

$$\left(\frac{x+y}{2x-xy} - \frac{x-y}{2x+2y} + \frac{2y^2}{x^2-y^2} \right) \left(\frac{x-y}{2y} \right)$$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) N.A.

6. Efectuar:

$$\frac{3x^2+x-2}{4x^2+7x+3} \div \frac{3x^2-8x+4}{4x^2-5x-6}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5 e) N.A.

7. Simplificar:

$$\left(\frac{m}{n^2} - \frac{n}{m^2} \right) \div \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{mn} + \frac{1}{n^2} \right)$$

a) m - n b) m + n c) m
d) n e) N.A.

8. Calcula el cociente entre las siguientes fracciones algebraicas:

$$\left(\frac{1}{1-m} - \frac{1}{1+m} \right) \div \left(\frac{2m}{1-2m+m^2} \right)$$

a) $\frac{1-m}{1+m}$ b) $\frac{m+1}{m+2}$ c) $\frac{m}{2}$ d) $\frac{m-2}{m+2}$ e) N.A.

9. Efectúa:

$$\left(\frac{\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}} \right) \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{2b} \right)$$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) N.A.

10. Efectúa:

$$\frac{\frac{ax+a}{ax+1} - \frac{a+1}{ax+1} + 1}{\frac{a+1}{ax+1} - \frac{ax+a}{ax+1} + 1}$$

a) a b) x c) 1
d) ax e) N.A.

AUTOEVALUACIÓN

1. Factorizar:

$$(a^2-b^2)x^2 + 2(a^2+b^2)xy + (a^2+b^2)y^2$$

Resolución:

2. Factorizar:

$$6(x^4+y^6+z^8)-37y^3(x^2+z^4)+12x^2z^4$$

Resolución :

3. Factorizar por el método de los divisores binomios:

$$2n^4 + 5n^3 + 2n^2 - n - 2$$

Resolución :

4. Hallar el M.C.D de:

$$A = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$B = x^3 + x^2 - x - 1$$

$$C = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$$

Resolución :

5. Hallar el M.C.M de:

$$A = x^3 - 1$$

$$B = x^4 + x^2 + 1$$

$$C = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

Resolución :

6. Simplificar:

$$\frac{x^3 + (2a+b)x^2 + (a^2 + 2ab)x + a^2b}{x^3 + (a+2b)x^2 + (b^2 + 2ab)x + ab^2}$$

Resolución :