MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

ALGEBRA

INDICADOR: Calculan productos de polinomios eficientemente

MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Es una operación que tiene por objeto, dadas dos expresiones llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera expresión llamada producto, tal que, para todos los valores atribuidos a las variables, el valor numérico del producto sea siempre igual al producto de los valores numéricos de las dos expresiones dadas .

Casos que se presentan :

A . Multiplicación de Monomios

Para multiplicar monomios, primero se multiplican los signos según las ley de los signos después se multiplican los coeficientes y a continuación de este producto se escriben las letras comunes a los factores con un exponente según la Ley de los exponentes y las no comunes, con el que tengan en el factor en que se hallen.

EJEMPLOS :

Multiplicando

* $(2a^2)\ (4a^3)\ (8a^4) = 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot a^{2+3+4}$
$= 64a^9$

* $\left(\frac{3}{5}x^5y^6\right)\left(\frac{7}{2}x^3y^2\right) = \frac{21}{10}x^8y^8$

* $\left(x^ay^b\right)\left(x^by^a\right) = x^{a+b}y^{b+a}$

* $\left(-5x^4y^2z^3\right)\left(-2x^9y^4\right) = 10x^{13}y^6z^3$

B . Multiplicación de un Polinomio por un monomio.

Para multiplicar un Polinomio por un monomio, se multiplica cada uno de los términos del Polinomio por el Monomio, y se suman los Productos Parciales.

Ejemplos

* $(2x-5y+3z)(2xy) = 4x^2y - 10xy^2 + 6xyz$

* $\left(3x^3+2x^2+x+1\right)\left(-2x^2\right) = -6x^5 - 4x^4 - 2x^3 - 2x^2$

* $\left(3a^2-5b-3b^2\right)(4ab) = 12a^3b - 20ab^2 - 12ab^3$

C. Multiplicación de Polinomios

Para multiplicar dos Polinomios, se multiplican todos los términos del multiplicador por todos los del multiplicando, teniendo en cuenta las leyes respectivas y se reducen los términos semejantes.

Ejemplo:

$$(2x-3)(5x-4)=10x^2-8x-15x+12$$
$$=10x^2-23x+12$$

$$\underbrace{(2x-3)}\underbrace{(5x-4)}_{\text{Multiplicador}}=\underbrace{10x^2-23x+12}_{\text{Producto}}$$

METODOS PARA MULTIPLICAR POLINOMIOS

a) METODO CLÁSICO O NORMAL

- Se ordenan los polinomios con respecto a una sola letra o variable en forma decreciente.
- Si los polinomios no son completos, se completan colocando un cero por cada término que falta, con la finalidad de guardar su lugar.
- Se multiplican cada uno de los términos del multiplicando por los del Multiplicador y en cada resultado obtenido se desplaza un término con la intención de que las expresiones aparezcan en forma ordenada, para luego reducir términos semejantes y obtener el producto total.

Ejemplo :

Efectuar :

$$\left(x+2x^4-2-3x^3\right)\left(3x^3+4-5x\right)$$

RESOLUCION

$$\begin{array}{l}
2x^4-3x^3+0x^2+x-2 \\
\underline{3x^3+0x^2-5x+4} \\
6x^7-9x^6+0x^5+3x^4-6x^3 \\
\qquad\qquad 0-10x^5+15x^4+0x^3-5x^2+10x \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{8x^4-12x^3+0x^2+4x-8} \\
6x^7-9x^6-10x^5+26x^4-18x^3-5x^2+14x-8
\end{array}$$

b) METODO DE LOS COEFICIENTES SEPARADOS.

- Se emplea por lo general para multiplicar polinomios que están en función de una sola variable o polinomios homogéneos con dos variables.
- Los polinomios deben estar ordenados en forma descendente, en el caso de faltar una potencia de la variable se escribe en su lugar como coeficiente cero.
- Los polinomios se escriben en línea horizontal, uno debajo del otro.
- Se efectúa como en el método clásico, trabajando solamente con los coeficientes.

Ejemplo: EFECTUAR:

$$\left(5a-3a^2-1+4a^4\right)\left(5+2a^2-4a\right)$$

RESOLUCIÓN

4	0	-3	5	-1		
2	-4	5				
8	0	5				
8	0	- 6	10	-2		
	-16	0	12	-20	4	
		20	0	-15	25	-5
8	-16	14	22	-37	29	-5

Luego el producto será:

$8a^6 - 16a^5 + 14a^4 + 22a^3 - 37a^2 + 29a - 5$

PROPIEDADES

1. **Término Independiente de un Producto.**

El término independiente del producto estará determinado por el producto de los términos independientes de los factores a multiplicarse.

Ejemplo:

$$\underbrace{\left(5x^3-8x+3\right)}_{\text{T. I. = 3}}\underbrace{\left(7x^5-x-2\right)}_{\text{T. I. = -2}}\underbrace{\left(9x^2-8x-5\right)}_{\text{T. I. = - 5}}$$

$\Rightarrow$T.I. (Producto) = (3) (-2) (-5) = 30

2. **Coeficiente Principal de un Producto**

Se obtiene multiplicando los coeficientes principales de cada uno de los factores.

Ejemplo:

$$\underbrace{\left(2x^2-6\right)}_{\text{C.P. = 2}}\underbrace{\left(2x^6-10X^4+9\right)}_{\text{C.P. = 2}}\underbrace{\left(x^4-x+9\right)}_{\text{C.P.= 1}}\underbrace{\left(3x^2+7x-6\right)}_{\text{C.P. = 3}}$$

$\Rightarrow$C. P.(Producto) = (2) (2) (1) (3) =12

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. ¿Qué expresión P debemos sumar al resultado de efectuar:

   R= (m + 2n) (2m-n) - (m + n) (3m - 2n) para obtener 6mn?

Resolución:

Rpta. P= $m^2 + 4mn$

2. Efectuar:

$$M = a(a+1)(a+2) - (a+3)(a-4)(a-1) - \qquad 4a(a+3)+12$$

Resolución:

Rpta: M = $a^2 + a$

3. Sabiendo que: $m^2 + 3m = 11$
Calcular :

N = (m+5) (m-2)(m+1)(m+2)

Resolución

Rpta. N = 13

4. Efectuar :

$$P = 2(x^m+1)(x+1)(x^m-1)(2x-1) - 4x - 1$$

Resolución

Rpta. P = $3x^m$

5. Efectuar:
$$M = (x^4 + x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) - x^4(x^4 + 1)$$
Resolución

Rpta. M = 1

6. Efectuar:
$$K = (m^2 + m - 1)(m^2 - m + 1) - m(m^3 - m + 1) \text{ -2m+1}$$
Resolución:

Rpta: K = -m

ALGEBRA

ALGEBRA

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Efectuar las operaciones indicadas:
   $(2x + 1)(x - 2) + (x + 3)(2x - 1)$

   a) $4x^2 - 5$ b) $4x^2 + 2x$
   c) $4x^2+2x+5$ d) $4x^2 + 2x - 5$
   e) $4x^2 - 2x - 5$

2. Efectuar:
   $M = (2x+3)(x^2-1) - (x-2)(x^2-2)$

   a) $x^3 + 5x^2 + 4x - 7$
   b) $x^3 - 5x^2 + 4x + 7$
   c) $x^3 + 5x^2 + 7$
   d) $x^3 + 5x^2 - 7$
   e) $x^3 + 5x^2$

1. Si : $P = (x + 3)(x - 2)$
   y $Q = (x - 1)(x + 4)$

   Calcular : $P + Q + 10 - 4x$

   a) x^2 b) $2x^2$ c) x^2+20
   d) $x^2 + 8x$ e) $2x^2 + 4x - 10$

4. Si se sabe que:

   $M = 2(x^2 + x + 1)(x + 1) + 2x$
   $N = 2(x^2 - x + 1)(x - 1) - 2x$
   Calcular: $M - N - 4x - 4$

   a) $4x^3$ b) $8x^2$ c) $4x^3+8x^2$
   d) $4x^3 + 8x^2 + 4x$ e) $8x^2+4x+4$

5. Si:

   $P = (3x - 1)(2x - 3)$
   $Q = (4x + 3)(x - 5)$

   Calcular: $2P - 3Q$

   a) $51x - 29$
   b) $x^2 + 29x + 51$ c) $51x + 29$ d) $29x + 51$ e) $29x - 51$

6. Si:
   $R = (2x + 3)(4x^2 - 9)$
   $S = (2x - 3)(4x^2 + 9)$

   Calcular el valor de:

   $2(R + S) - 3(R - S)$

   a) $32x^3 - 72x^2 + 108x - 108$
   b) $32x^3 - 72x^2 + 108x + 108$
   c) $32x^3 + 72x^2 + 108x + 108$
   d) $32x^3 + 72x^2 - 108x - 108$
   e) $32x^3 - 72x^2 - 108x - 108$

7. Dadas las siguientes expresiones:

   $M = 2(x^2 + x + 2)(x - 1) + 3(x + 1)(x^2 - 1)$ $N = 2(x^2 - x + 2)(x + 1) + 3(x - 1)(x^2 + 1)$
   Hallar: 2 (M + N)

   a) $20x^3 + 5x^2 + 8x + 12$
   b) $20x^3 - 5x^2 + 8x - 12$
   c) $20x^3 + 8x + 12$
   d) $20x^3 - 8x + 12$
   e) $20x^3 + 8x - 12$

8. Señale el resultado de multiplicar la suma de $2x - x^2 + x^3$ con $x^2 - x^3 + 3$ con el resultado de la diferencia de $3x^2 + x + 6$ con $3x^2 - x - 1$

   a) $4x^2 + 21$
   b) $4x^2 + 20x + 21$
   c) $4x^2 - 21$
   d) $4x^2 - 20x + 21$
   e) $4x^2 + 20x - 21$

9. Indicar el grado del polinomio que se obtiene al efectuar la operación :

   $(x^2 + 1)(x^3 + 1)(x + 1)(x^2 - 1)$

   a) 12 b) 11 c) 10 d) 9 e) 8

10. ¿Cuál será el grado del polinomio que resulta al efectuar operaciones en:

    $K = (x^3 + 2x^7 + x^2 + 6)(x^5 + x^2 + x - 3) + (x^2 + x + 3)^5$?

    a) 12 b) 9 c) 10
    d) 15 e) 18