



MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

INDICADOR: Calculan productos de polinomios eficientemente.
MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Es la operación que consiste en obtener una expresión llamada Producto Total, conociendo otras dos llamadas multiplicando y Multiplicador.

EJEMPLO :

$$\underbrace{(2a + 4)}_{\uparrow} \cdot \underbrace{(a - 2)}_{\uparrow} = \underbrace{(2a^2 - 8)}_{\uparrow}$$

Multiplicando Multiplicador Producto

Producto Indicado : Como su nombre lo indica es la expresión por efectuar, donde se indican multiplicando y multiplicador.

Ejemplos :

- $(5x - 6)(4x + 3)$
- $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x - 1)$

Casos que se presentan en la Multiplicación

A. Multiplicación de Monomios.- Se multiplican primero los signos, luego los coeficientes y por último las partes literales utilizando la teoría de exponentes.

EJEMPLOS:

$$*(-3X^2Y)(-2X^3Y^2) = 6X^{2+3}Y^{1+2} = 6X^5Y^3$$

$$*\left(-\frac{7}{2}abx^2\right) \cdot \frac{4}{3}bxz \cdot \left(-\frac{2}{3}ayz^2\right) =$$

$$= \frac{56}{18}a^{1+1}b^{1+1}x^{2+1}yz^{1+2}$$

$$= \frac{28}{9}a^2b^2x^3yz^3$$

B. MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO.

Para multiplicar un Polinomio por un Monomio, se multiplica cada uno de los términos del Polinomio y se suman los Productos Parciales.

Ejemplos :

$$\begin{aligned} *(5a^2 - 2a + 1)(8a) &= (5a^2 \cdot 8a) - (2a \cdot 8a) + \\ &+ (1 \cdot 8a) \\ &= 40a^3 - 16a^2 + 8a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *(3 - 2x + x^2)(-3x^3) &= (3 \cdot -3x^3) + (2x \cdot 3x^3) - (x^2 \cdot 3x^3) \\ &= -9x^3 + 6x^4 - 3x^5 \end{aligned}$$

C. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS.- Para multiplicar dos Polinomios, se multiplican todos los Términos del Multiplicador por todos los del Multiplicando, teniendo en cuenta las leyes respectivas y luego se reducen los términos semejantes.

EJEMPLOS :

$$\begin{aligned} *(2a^2 + 3a + 4)(5a + 7) \\ &= 10a^3 + 14a^2 + 15a^2 + 21a + 20a + 28 \\ &= 10a^3 + 29a^2 + 41a + 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *(2x^2 + 3x^2 - 2)(3x^2 + 5x) \\ &= 6x^4 + 10x^3 + 9x^4 + 15x^3 - 6x^2 - 10x \\ &= 15x^4 + 25x^3 - 6x^2 - 10x \end{aligned}$$

MÉTODOS PARA MULTIPLICAR POLINOMIOS

a) **Método Clásico o Normal:** Se ordenan los Polinomios preferentemente en forma descendente y se escriben uno debajo del otro. A continuación se multiplica separadamente cada término del multiplicador por cada uno de los términos del Multiplicando, sus signos, sus coeficientes y sus letras; y se obtienen productos parciales, los cuales se escriben en forma ordenada uno debajo de otro del mismo grado y se suman ordenadamente obteniéndose el Producto Total.

Ejemplo : Efectuar :

$$(4x^3 + 5x^2y + 7xy^2 - 2y^3)(2x^2 - 5xy + 3y^2)$$

RESOLUCION

$$4x^3 + 5x^2y + 7xy^2 - 2y^3$$

$$2x^2 - 5xy + 3y^2$$

$$\hline 8x^5 + 10x^4y + 14x^3y^2 - 4x^2y^3$$

$$-20x^4y - 25x^3y^2 - 35x^2y^3 + 10xy^4$$

$$+12x^3y^2 + 15x^2y^3 + 21xy^4 - 6y^5$$

$$\hline 8x^5 - 10x^4y + x^3y^2 + 15x^2y^3 + 21xy^4 - 6y^5$$

b) **METODO DE COEFICIENTES SEPARADOS**:- En este método se debe tener en cuenta :

- Los Polinomios deben ser ordenadas

DESCENDENTEMENTE:

- Los Coeficientes del Multiplicando y Multiplicador se escribe en línea Horizontal, uno debajo del Otro
- Se efectúa como en el caso anterior corriendo, un lugar hacia la derecha después de obtener cada producto parcial.
- Para obtener el Grado del Producto total se aplica la Propiedad del Grado del Producto.
- Este método es recomendable para polinomios de una sola variable.
- En caso de faltar una Potencia de la variable se completa con coeficiente cero.

EJEMPLO : EFECTUAR :

$$(4x^3 + 7x^2 - 6) (2x^2 - 3x - 4)$$

RESOLUCION

4	7	0	- 6		
2	-3	-4			
8	14	0	-12		
	-12	-21	0	18	
		-16	-28	0	24
8	2	-37	-40	18	24

El Producto total es :

$$8x^5 + 2x^4 - 37x^3 - 40x^2 + 18x + 24$$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN

1. El grado del Producto es igual a la suma de los grados de los factores.
2. El término independiente del Producto es igual al Producto de los términos independientes de los factores.

EJEMPLOS: Hallar el grado y el término independiente del Producto:

$$(\underbrace{8x^4+5x^2+2+6}_I)(\underbrace{9x^5+6x^2+2}_II)(\underbrace{8x^2+6x-3}_III)(\underbrace{3x-5}_IV)$$

RESOLUCION

1) GRADO DEL PRODUCTO (G.P.)

$$\begin{aligned} G.P &= G(I) + G(II) + G(III) + G(IV) \\ &= 4 + 5 + 2 + 1 \\ &= 12 \end{aligned}$$

2) TERMINO INDEPENDIENTE DEL
PRODUCTO (T. I. P.)

$$\begin{aligned} \text{T.I.P} &= [T.I.(I)] \cdot [T.I.(II)] \cdot [T.I.(III)] \cdot [T.I.(IV)] \\ &= (6) (2) (-3) (-5) \\ &= 180 \end{aligned}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Efectuar:

$$P(x) = (2x + 3)(2x + 3)(2x + 3)$$

Resolución :

2. Hallar el grado de: $P(x) \cdot Q(x)$ si:

$$P(x) = (x^2 + 1)(x^3 + 2)(x^4 + 1)$$

$$Q(x) = (x^3 + 3x^2 + x - 5)^6$$

Resolución :

3. Dados los polinomios:

$$A = 2x^2 - 3xy + y^2$$

$$B = x^2 - 2xy + 4y^2$$

Calcular: $A \times B$

Resolución :

4. Efectuar:

$$K = 16 + (x + 3)(x - 2)(x^2 + 4)$$

Resolución :

5. Hallar $P(0) + P(1)$ si:

$$P(x) = E \times E + E \times F - F \times F \text{ donde:}$$

$$E = x + 3 ; F = 2 - x + x^2$$

Resolución :

6. ¿Por cuánto debe multiplicarse $x^2 - \frac{1}{x^2}$ para obtener $x^4 - \frac{1}{x^4}$?

Resolución :

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Efectuar: $-5x^6 y^2 z$; $-2xy^4 z^3$; $3xz^2$; $-x^2 yz^4$

a) $-10x^{10} y^{10}$

b) $-30xyz^6$

c) $-30x^7 y^{10} z$

d) $-30x^{10} y^7 z^{10}$

e) N.A.

2. Multiplicar:
 $x^4 y^3 - 5x^3 y^2 + 10x^2 y$ por $x^3 y^3$ e indicar la suma de coeficientes del producto

- a) 2 b) 4 c) 6
 d) 8 e) N.A.

3. Efectuar la multiplicación de los polinomios:
 $x^3 - 5x^2 y + y^3$; $2x^3 + 5xy - 7y^3$
 e indicar el coeficiente principal

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) 3 e) N.A.

4. Dados:

$$P(x) = 3x^2 - 4 + 6x$$

$$Q(x) = 4x^2 + 1 - x$$

Halla $P(x) \cdot Q(x)$ y determina el menor de los coeficientes:

- a) 19 b) -19 c) 29
 d) -29 e) N.A.

5. Multiplica:

$(m^{2a+1} - 2m^{2a} + 2 + m^{2a})(2m^{3a} - 3 + 2m^{3a-1} + 5m^{3a-2})$ e indica el mayor de los coeficientes:

- a) 3 b) 5 c) 7
 d) 9 e) N.A.

6. Reducir:

$$2(3m + 2)(2m + 3) - (3m + 4)(4m+3)$$

- a) m b) 2m c) 3m
 d) -m e) -2m

7. Dado los polinomios:

$$A = x^2 + 2 - x$$

$$B = 3x^2 - x - 1$$

$$C = 2x^2 - 3 + 2x$$

Hallar: $A(B+C)$ e indicar al mayor de los coeficientes del polinomio resultante

- a) 2 b) 4 c) 6
 d) 1 e) 3

8. Efectuar:

$$(4a^5 - 2a^3 + a^2 - 3a)(5a^3 - a + 2)$$

Y dar como respuesta la suma de los coeficientes de los términos del polinomio producto

- a) -2 b) -1 c) 0
 d) 1 e) 2

9. Efectuar:

$$(x^2 + x + 2)(x - 2)(x + 3)$$

Y dar como respuesta el coeficiente del término de segundo grado

- a) -4 b) -3 c) -2
d) 3 e) 4

10. Del producto indicado:

$$(5x^2 - 3x + 1)(6x^3 - 2x^2 - 7)(3x - 4)(2 + 7x^5)$$

Dar como respuesta la sumatoria de cifras del término de la máxima potencia

- a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 15