



MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Definición

La multiplicación en \mathbb{Q} es la operación que asocia a cada par ordenado de números racionales, otro número racional llamado producto.

Simbólicamente:

$$\text{Si: } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad b \neq 0, d \neq 0$$

Para multiplicar dos fracciones racionales se multiplican sus numeradores entre sí y sus denominadores entre sí.

$$\text{Ejemplo: } \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 7} = \frac{15}{14}$$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN EN \mathbb{Q} .

$$\text{Clausura : Si } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \in \mathbb{Q}$$

$$\text{Ejemplo: } \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\cancel{12}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Conmutativa : Si } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$$

$$\text{Ejemplo: } \frac{-1}{3} \cdot \left(\frac{-4}{5} \right) = \left(\frac{-4}{5} \right) \cdot \frac{-1}{3}$$

$$\text{Asociativa : Si } \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in \mathbb{Q} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \right)$$

$$\text{Ejemplo: } \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{7}{5} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{7}{5} \right)$$

Elemento Neutro : $\forall \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, \exists$

$$|\in \mathbb{Q} / \frac{a}{b} \cdot 1 = \frac{a}{b} \cdot 1 = \frac{a}{b}$$

Ejemplo : $\frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1} = \frac{8}{9}$

Inverso multiplicativo:

$$\forall \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, a \neq b, \exists \frac{b}{a} \in \mathbb{Q} / \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1$$

Ejemplo: $\frac{-7}{2} \cdot \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{14}{14} = 1$

Distributiva: Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in \mathbb{Q} \Rightarrow$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} + \frac{a \cdot e}{b \cdot f}$$

Ejemplo: $\frac{-2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4}\right) = \frac{-2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \frac{5}{4}$

DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Para dividir dos números racionales se multiplica el primer número racional por el inverso multiplicativo del segundo.

Simbólicamente:

$$\text{Si: } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \text{ y } \frac{c}{d} \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Propiedades de la División en \mathbb{Q}

$$\text{Si } \frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$$

$$* \frac{a}{b} : \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}, \text{ si } \frac{c}{d} \neq 0$$

$$* \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) : \frac{e}{f} = \frac{a}{b} : \frac{e}{f} + \frac{c}{d} : \frac{e}{f}$$

Ejemplos:

1. Multiplica: $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{7}$

Resolución:

$$\frac{13}{4} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{13 \cdot 13 \cdot 3}{4 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{507}{140} = 3\frac{87}{140}$$

2. Halla: $\frac{10}{11}$ de $\frac{3}{5}$ de $\frac{6}{9}$

Resolución:

$$\frac{10}{11} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{9} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 6}{11 \cdot 1 \cdot 3} = \frac{12}{33}$$

3. Simplificar: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{-2}{3} : \frac{3}{4}} + 2$

Resolución:

Resolviendo el denominador: $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{-8}{9}} + 2$

Resolviendo la división:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} : \frac{-8}{9} + 2 &= \frac{2}{3} \cdot \frac{-9}{8} + 2 = \frac{-18}{24} + 2 \\ &= \frac{-3}{4} + \frac{2}{1} = \frac{-3+8}{4} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

4. Un granjero tiene para vender 1800 conejos, primero vende $\frac{2}{3}$ del total; luego los $\frac{5}{6}$ del resto y si se mueren 39 conejos. ¿Cuántos conejos le quedan todavía?

Resolución:

Calculando: $\frac{2}{3} \times 1800 = \frac{3600}{3} = 1200$

$$\frac{5}{6} \times (1800 - 1200) = \frac{5}{6} \times 600 = 500$$

Conejos que quedan:

$$1800 - 1200 - 500 - 39 = 61$$

Rpta: Le quedan 61 conejos.

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Resuelve las multiplicaciones:

$$a) \left(\frac{6}{5}\right)\left(-\frac{15}{3}\right) =$$

$$b) \left(-\frac{8}{7}\right)\left(-\frac{49}{64}\right) =$$

$$c) \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{4} \cdot \frac{36}{125} =$$

$$d) 1\frac{3}{5} \cdot \left(-5\frac{2}{3}\right) \cdot \left(2\frac{4}{9}\right) =$$

2. Resuelve las divisiones:

$$a) \frac{15}{9} : \frac{1}{3} =$$

$$b) \frac{-16}{7} : \frac{8}{14} =$$

$$c) -5\frac{1}{10} : 5\frac{2}{3} =$$

$$d) -2\frac{1}{3} : 2\frac{2}{6} =$$

3. Efectúa las siguientes operaciones combinadas:

$$a) -\frac{6}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) =$$

$$b) \frac{-5}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{2}\right) : \frac{1}{5} =$$

$$c) -\left[\left(\frac{-4}{3} - \frac{3}{9}\right) : 3\right] : \frac{3}{2} =$$

$$d) \frac{1}{3} : \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{4} \right) \right] =$$

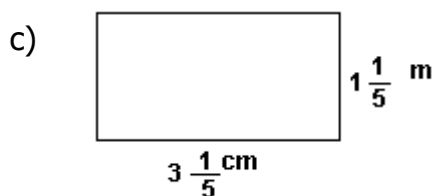
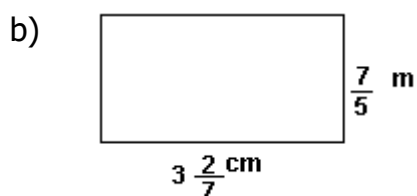
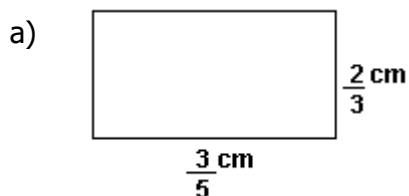
4. Resuelve las siguientes expresiones:

$$a) 1 - \frac{\frac{5}{1}}{2 + \frac{1}{3 - \frac{2}{3}}} =$$

$$b) 2 + \frac{3}{4 - \frac{1}{5 + \frac{1}{3}}} =$$

$$c) 1 + \frac{2}{7 - \frac{1}{2 + \frac{3}{4}}} =$$

5. Halla el área de las siguientes figuras:



6. Mariela ha recibido un aumento de S/350 que equivalía a las $\frac{2}{7}$ partes de su sueldo. ¿Cuál fue su sueldo anterior? ¿Cuánto gana ahora?

7. La Dirección del colegio compró una computadora y una impresora, pagó $\frac{3}{7}$ de lo que pagó por la computadora.
- ¿Cuál es el precio de la computadora?
 - ¿Cuál es el precio de la impresora?
8. ¿Cuántos barriles se llenarán con una caja de botellas de $\frac{1}{5}$ litros y otra de botellas de $\frac{1}{2}$ litros? Cada caja contiene 24 botellas.

REFORZANDO**MIS CAPACIDADES**

1. Resuelve las multiplicaciones:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{15}{6}\right) =$

b) $\left(-\frac{7}{6}\right)\left(\frac{18}{24}\right) =$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{4} =$

d) $2\frac{3}{5} \cdot \left(-3\frac{1}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{3}\right) =$

2. Resuelve las divisiones:

a) $3\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$

b) $2\frac{2}{3} : 1\frac{2}{4}$

c) $2\frac{3}{6} : 2\frac{6}{12}$

d) $\frac{1}{6} : \frac{3}{4} : \frac{10}{6}$

3. Efectúa las operaciones combinadas:

a) $\frac{-4}{3} : \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{8}\right)$

b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{5}{6} : \left(\frac{-15}{4}\right)$

c) $\frac{1}{3} : \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{4}\right)\right]$

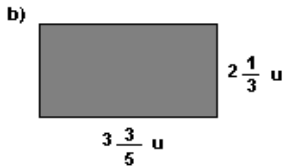
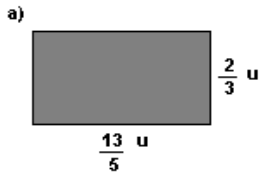
d) $-\left[\frac{4}{3} : \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{2}\right)\right] \cdot \frac{2}{3} =$

4. Reduce las siguientes expresiones:

a) $6 + \frac{3}{2 + \frac{7}{6 - \frac{3}{5}}} =$

b)
$$\frac{-5 + \frac{1-3}{2} + \frac{2-5}{2}}{12}$$

5. Halla el área de las figuras:



6. Halla la quinta parte de la mitad de 500, luego aumenta la tercera parte de la mitad de 1200.

- a) $\frac{7}{8}$ b) $\frac{8}{8}$ c) $\frac{9}{8}$ d) $\frac{10}{8}$

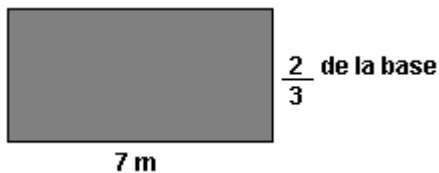
7. Los ingresos de una familia cubren las siguientes necesidades: $\frac{5}{12}$ en alimentación, $\frac{3}{12}$ en educación, $\frac{2}{12}$ en vivienda. Si lo restante lo ahorra ¿Qué parte es la que guarda?

- a) $\frac{3}{12}$ b) $\frac{2}{12}$
c) $\frac{4}{12}$ d) $\frac{5}{12}$

8. Un tanque es llenado por 2 caños: el primero lo llena en 4 horas y el segundo en 5 horas. ¿Cuántas horas se demorarán en llenar el tanque?

- a) $\frac{10}{12}$ b) $\frac{11}{12}$
c) $\frac{9}{12}$ d) $\frac{13}{12}$

9. Calcula el perímetro del rectángulo:



10. Un propietario posee un terreno de $\frac{3}{4}$ de hectáreas y compra otra colindante de $\frac{3}{5}$ hectáreas ¿Cuántas hectáreas debe comprar aún para tener 2 en total?

- a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{13}{20}$
c) $\frac{15}{20}$ d) $\frac{10}{12}$