METODOS PARA DIVIDIR ALGEBRAICAMENTE I

POLINOMIOS

Método de los coeficientes separados.-

En la división de dos polinomios de una sola letra o de dos polinomios homogéneos, podemos prescindir de la parte literal.

Ejemplo 1: Dividir: $20x^3 - 2x^2 - 16x + 8$ entre $4x-2$

Resolución:

```
 20 – 2 – 16 + 8 | 4 – 2
-20 + 10         |______
      +8 – 16
     - 8 + 4
          -12 + 8
          +12 – 6
                2      Residuo: 2
```

Cociente $Q(x) = 5x^2 + 2x - 3$

Residuo $R(x)$: 2

Ejemplo 2: Dividir: $x^5 + 2x^4 - x^2 + 3$ entre $x^2 - 2x + 1$

Resolución:

```
 1  2  0  -1  0  3 | 1  -2  1
-1  2 -1           |__________
                     1  4  7  9
    4 –1  -1
  - 4  8  - 4
       7  -5  0
      -7  14 -7
          9  -7  3
         -9  18 -9
            11 - 6      Residuo: 11x-6
```

Cociente $Q(x) = x^3 + 4x^2 + 7x + 9$

Residuo $R(x) = 11x + 6$

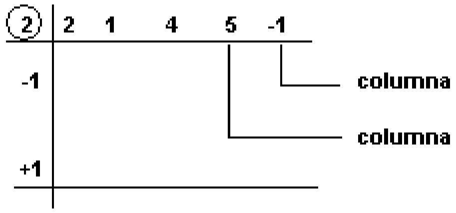
NOTA:

> ***Al momento de colocar los coeficientes de los términos del dividendo y el divisor, debe tenerse cuidado de colocar un cero cada vez que falta un término.***

Método de Horner.-

Para dividir dos polinomios por el Método de Horner, primeramente se trazan dos rectas que se intersecten, una vertical y otra horizontal. Encima de la recta horizontal y al a derecha de la vertical se colocan los coeficientes del dividendo con su propio signo. A la izquierda de la recta vertical se colocar el primer coeficiente del divisor con su propio signo y debajo de la horizontal se colocan el resto de coeficientes del divisor con signo cambiado.

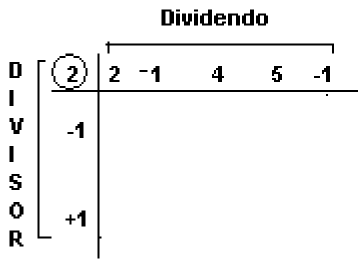
Para comenzar a dividir se traza otra raya vertical entre los coeficientes del dividendo, el número de columnas a contar de derecha a izquierda es igual al grado del divisor, esta raya servirá para separar el cociente del residuo en la respuesta. Además se traza otra recta horizontal para colocar debajo de ella la respuesta, por lo que la división quedaría así:



Ejemplo 1:

Dividir: $2x^4 - x^3 + 4x^2 + 5x - 1$ entre $2x^2 + x - 1$

La disposición de los coeficientes sería:



Nótese que para trazar la raya vertical, se han contado dos columnas de derecha a izquierda ya que el divisor es de segundo grado.

Para comenzar a dividir: se divide el primer término del dividendo (2) entre en el número encerrado en una circunferencia obteniéndose como resultado 1, éste se coloca debajo de la segunda raya horizontal y se multiplica por aquellos números que están a la izquierda de la raya vertical y debajo de la primera horizontal colocando los productos directamente debajo de los números -1 y 4. A continuación se suma la siguiente columna y el resultado se divide por el número encerrado por la circunferencia y se coloca como resultado debajo de la raya horizontal, este resultado se vuelve a multiplicar por aquellos términos de la izquierda de la raya vertical y debajo de la horizontal, resultados que se colocan en las columnas correspondientes al 4 y al 5. La operación se realiza hasta completar el resultado correspondiente a las columnas antes de la segunda vertical, luego de esa raya la suma de las columnas ya no se dividen entre el número encerrado en la circunferencia, sino simplemente se suman.

		-2	6		
2	2	-1	4	5	-1
-1		-1	+1		
+1			+1	-1	
				-3	+3
	1	-1	3	1	2

Cociente: $\boxed{\mathbf{1x^2 - x + 3}}$

Residuo: $\boxed{\mathbf{1x + 2}}$

Cociente Q(x) = $x^2 - x + 3$
Residuo R(x) = $x + 2$

Ejemplo 2:
Dividir: $6x^5 + 7x^4 - 18x^3 + 10x^2 + 7x - 9 - 1$ entre $3x^3 + x^2 + 2$

Resolución:

				columnas		
		9	-15			
3	6	7	-18	10	7	-9
+1		+2	0	-4		
0			+3	0	-6	
-2				-5	0	+10
	2	3	-5	1	1	1

Cociente: $\boxed{\mathbf{2x^2 + 3x - 5}}$

Residuo: $\boxed{\mathbf{1x^2 + 1x + 1}}$

Cociente Q(x) = $2x^2 + 3x - 5$
Residuo R(x) = $x^2 + x + 1$

NOTA:

- *La segunda raya vertical se traza contando tres columnas de derecha a izquierda, pues el divisor es de tercer grado.*
- *Se debe colocar un cero en el término "x" del divisor ya que éste no aparece.*

Ejemplo 3:
Dividir: $6x^5 + 5x^4 - 26x^3 + 33x^2 - 22x + 6$ entre $2x^2 - 3x + 1$

Resolución:
Como los polinomios están completos y ordenados hacemos el esquema y efectuamos por Horner.

		14	-8	14		
2	6	5	-23	33	-22	6
+3		+9	-3			
-1			+21	-7		
				-12	+4	
					+21	-7
	3	7	-4	7	3	-1

Cociente: $\boxed{\mathbf{3x^3 + 7x^2 - 4x + 7}}$

Residuo: $\boxed{\mathbf{3x - 1}}$

Cociente $Q(x) = 3x^3 + 7x^2 - 4x + 7$
Residuo $R(x) = 3x - 1$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Efectúa las siguientes divisiones por el método de los coeficientes separados.

   a) $a^4 - a^2 - 2a - 1$ entre $a^2 + a + 1$

   b) $4y^4 + 13y^2 + 4y^3 - 3y - 20$ entre $2y + 5$
   c) $2x^3 - 4x - 2$ entre $2x + 2$
   d) $3y^5 + 5y^2 - 12y + 10$ entre $y^2 + 2$

2. Efectuar las divisiones siguientes aplicando el método de Horner

   a) $(x^5 - 27x - x^4 + 7x^2 + 10)$ entre $(x^2 - x + 5)$
   b) $(31x^2 + x^6 - 8x - 5x^5 + 21)$ entre $x^3 - 7 - 2x$
   c) $(4x^6 + 8x^5 - 4x^4 - 14x^3 - \frac{2}{3}x + 4)$ entre $2x^3 - 3x + 1$

3. Determina los valores de m y n de manera que el resto de dividir $P_{(x)} = 4x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 7x^2 + mx + n$ entre $2x^2 + x - 3$ sea $2x - 4$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Efectúa las siguientes divisiones por el método de los coeficientes separados:
   a) $a^2 - 2a - 3$ entre $a + 3$
   b) $a^2 - 2a - 3$ entre $a + 1$
   c) $m^2 - 11m + 30$ entre $m - 6$
   d) $x^2 + 15 - 8x$ entre $3 - x$
   e) $6 + a^2 + 5a$ entre $a + 2$
   f) $a^5 - a^4 + 10 - 27a + 7a^2$ entre $a^2 + 5 - a$
   g) $a^6 - 5a^5 + 31a^2 - 8a + 21$ entre $a^3 - 2a - 7$
2. Efectúa divisiones, aplicando el método de Horner
   a) $(5y^5 - 9y^4 + 3y^6 - 10y^3 + 3y - 4 + 8y)$ entre $(3y^3 + 2y^2 - 5y - 4)$
   b) $(x^3 - 10x^2 + 14x - 9)$ entre $(x^2 - 4x + 3)$
   c) $(9x^3 + 12x^2 + 12x + 1)$ entre $(3x^2 + 2)$
   d) $(6x^5 + 2x^4 - 23x^3 + 11x^2 + 12x - 3)$ entre $(3x^3 - 5x^2 + 3)$

3. Completa el cuadro de Horner y halla:

-3	6	q	1	a	-3
1			2		
p					
		3	r	1	b

   a) El $D_{(x)}$, $C_{(x)}$ y $R_{(x)}$ de la división anterior.
   b) El valor de $p + r - q$
   c) El valor de $a - b$
   d) La suma de coeficientes del $D(x)$

ALGEBRA

4. La siguiente división efectuada por el método de Horner es exacta, determina:

2	$\square$	$\square$	$\square$	(k+2)	(t-3)
$\square$		5	-15		
$\square$					
	5	1	-2	$\square$	$\square$

a) El dividendo $D_{(z)}$
b) El valor de $(t)^k$
c) El residuo $R_{(z)}$
d) El valor de $\frac{t}{k}$