



MÉTODO MONTECARLO

REGLA DE LA SUMA

Si A y B son eventos de un espacio muestral y no son mutuamente excluyentes, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

EJEMPLO 1

Si lanzamos un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par y un número primo menor que 3?

- El espacio muestral es:
 $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- El evento A de obtener un número par, es:
 $A = \{2; 4; 6\}$; entonces: $P(A) = 3/6$
- El evento B de obtener un número primo menor que 3, es:
 $B = \{1; 2\}$; entonces: $P(B) = 2/6$
- Los eventos A y B tienen en común el resultado 2 (un solo número); el cual representa a:
 $P(A \cap B) = 1/6$
- Aplicaremos **la regla de la suma**
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $P(A \cup B) = 3/6 + 2/6 - 1/6$
 $P(A \cup B) = 4/6 = 2/3$
- La probabilidad de obtener un número par y un número primo menor que 3 es 2/3; que quiere decir 2 posibilidades de cada 3 tiros.

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

Si A y B son eventos independientes, es decir la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia de otro y viceversa, entonces si se busca hallar la probabilidad de que sucedan dichos eventos al mismo tiempo, tenemos:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

EJEMPLO 2

Si lanzan una moneda y un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número cara y 6?

- El espacio muestral es:
 $\Omega = \{(c;1), (c;2), (c;3), (c;4), (c;5), (c;6), (s;1), (s;2), (s;3), (s;4), (s;5), (s;6)\}$
- El evento A de obtener cara, es:
 $A = \{(c;1), (c;2), (c;3), (c;4), (c;5), (c;6)\}$ entonces: $P(A) = 6/12$
- El evento B de obtener un número 6, es:
 $B = \{(c;6), (s;6)\}$; entonces: $P(B) = 2/12$
- Los eventos A y B no son excluyentes pues ambos tienen en común el resultado (c;6):
 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
 $P(A \cap B) = P(c; 6) = (6/12) \cdot (2/12) = 1/12$
- La probabilidad de obtener (c, 6) es de 1 en 12

EL MÉTODO MONTECARLO

Es un método estadístico consistente en simular un fenómeno aleatorio a fin de aproximarnos a la probabilidad de un evento en el supuesto de que ocurrirán resultados semejantes a los que obtenemos.

A fin de aproximarnos a la probabilidad, seguiremos los siguientes pasos:

- Establecemos cual es el problema.
- Seleccionamos un modelo.
- Efectuamos los ensayos.
- Reunimos los datos para hallar la probabilidad
- calculamos la probabilidad.

EJEMPLO 3

En la final de básquet entre la selección de nuestro colegio San Agustín y la selección del colegio San José de Chiclayo, el árbitro cobra una falta a favor de nuestra selección. Nuestro canasteador estrella Carlos Zúñiga será el encargado de lanzar los dos tiros libres, faltan 40 segundos para acabar el encuentro y estamos empatados. Si el promedio de aciertos es de 0,7 en sus tiros libres ¿Cuál es la probabilidad de que Carlos acierte sus dos tiros?

- **Establecemos cual es el problema.**

La probabilidad de que Carlos acierte sus dos lanzamientos con un promedio de 0,7 de efectividad (7 aciertos de cada 10 tiros efectuados)

- **Seleccionamos un modelo.**

Las dos gráficas circulares representaran las posibilidades de cada tiro

1er tiro	2do tiro
NO ACIERTA	NO ACIERTA
ACIERTA	ACIERTA

- **Efectuamos los ensayos**

Asumiendo que dichos círculos son como ruletas, giraremos las respectivas agujas una cantidad determinada de veces anotando los resultados.

- **Reunimos datos hallando la probabilidad**

De 25 intentos en total los resultados fueron 13 aciertos y 12 desaciertos.

- **Calculamos la probabilidad.**

13 aciertos de 25 ensayos es el 52%

esta es la probabilidad simulada

$$P(A \cap B) = 52/100 = 0,52$$

Ahora la probabilidad teórica es.

$$P(A \cap B) = (0,7)(0,7) = 0,49$$

La diferencia entre ambas probabilidades se debe a que la teórica es solamente una aproximación.

ESPERANZA MATEMÁTICA

Es la relación entre el premio conseguido y la probabilidad de acertar.

También conocido como valor esperado o simplemente valor de una variable aleatoria discreta es la suma de la probabilidad de cada suceso multiplicado por su valor.

$$E(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(x_i)$$

EJEMPLO 4

Verifique si los siguientes juegos son justo, injusto (desfavorable) o favorable para un jugador.

- Apostar s/.1, si al lanzar una moneda sale cara o sello, siendo el premio s/.2 si gana y 0 nuevos soles si pierde.

Aquí la esperanza matemática es igual a cero por lo que el juego se considera justo.

- En una rifa se pagan s/. 600 siendo s/.1 el precio de cada boleto. se sabe que se venden 1200 boletos

La esperanza matemática es -0,5 por lo que el juego se considera injusto o desfavorable.

- Por acertar el número que sale al lanzar un dado se paga s/.10 siendo el costo de la apuesta de s/1

La esperanza matemática es 1,66 lo que es bastante favorable para el jugador.

- **Para tener en cuenta:**

Variable, es toda magnitud que puede asumir diferentes valores.

De acuerdo a su valor puede ser continua (si se expresa con números reales) o discreta (si se puede tomar un número infinito de valores, en un caso)

Una variable aleatoria es una variable que tiene un solo valor numérico, determinado por el azar, para cada resultado de un experimento.

EJEMPLO 5

Un participante debe lanzar un dado, si sale par gana y si sale impar pierde, deberá tener en cuenta el reglamento siguiente:

- Si en el primer lanzamiento obtiene un número par, gana s/. 2 y finaliza el juego.
- Si obtiene el par en el segundo lanzamiento gana s/. 4 y el juego concluye.
- Si obtiene par en el tercer lanzamiento gana s/. 8
- Pero si no obtiene un número par en ninguno de los tres lanzamientos el jugador deberá pagar a la casa s/. 32

¿Cuál es la esperanza de ganar este juego?

La probabilidad de ganar es aparentemente fácil:

- La probabilidad de ganar al sacar un número par en cualquiera de los 3 lanzamientos es:

$$P(\text{ganar}) = P(\text{par}) + P(\text{impar-par}) + P(\text{impar-impar-par})$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$P(\text{ganar}) = \frac{7}{8} = 0,875$$

“La probabilidad de ganar es bastante alta porque 0,875 se aproxima a 1”

- Ahora calculemos el valor estimado de ganancia o pérdida $E(x)$

$$E(x) = 2P(\text{par}) + 4P(\text{impar-par}) + 8P(\text{impar-impar-par}) - 32(\text{impar-impar-impar})$$

$$= 2(1/2) + 4(1/4) + 8(1/8) - 32(1/8)$$

$$E(x) = -1$$

- Le resultado indica que es de esperar perder s/.1 si se participa en un gran número de juegos. Para conocer la ganancia o la pérdida promedio en un gran número de participaciones, se ha definido la cantidad que se gana (s/.2; S/.4 y s/.8) o se pierde (s/.32) cada vez que se juega y se le ha asociado la probabilidad de que gana (1/2; 1/3 y 1/8) o que pierde (1/8)
- En conclusión es un juego desfavorable para el que juega.
- **Para tener en cuenta:**

Si la esperanza es igual a 0, el juego se considera justo.

Si la esperanza es menor que 0, el juego se considera desfavorable para el jugador.

Si la esperanza es mayor que 0, el juego resulta favorable para el jugador.

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Dos personas A y B se distribuyen al azar en tres oficinas numeradas 1; 2 y 3. Si las dos personas pueden estar en la misma oficina, describe el espacio muestral adecuado para las posibilidades. Da como respuesta el número de pares ordenados de dicho conjunto.

(a) 9 (b) 8 (c) 7 (d) 6 (e) NA

El gerente general de una firma comercial entrevista a 3 aspirantes a un puesto, cada uno de los aspirantes es calificado como: deficiente, regular, bueno o excelente:

2. Escribe el espacio muestral adecuado para este experimento.

3. Describe los siguientes eventos:

A: “todos los aspirantes son calificados como deficientes o excelentes”

B: “solo la ultima persona entrevistada es calificada como excelente”

4. Reflexiona en grupo sobre experimentos aleatorios que sean de interés de un ingeniero electricista, de un economista, de un médico, de un físico y de un gerente de ventas.

5. Un inversionista planea elegir dos de los cinco inversionistas que le han recomendado. Describe el espacio muestral que representa las opciones posibles.

6. Sea A el evento de que tú asistas el próximo año a un colegio particular y B de que asistas a un colegio estatal. si la probabilidad de que asistas a un colegio particular es 0,4 y a un colegio estatal es 0,25; determina la probabilidad de que asistas el próximo año a un colegio particular o estatal.

(a) 0,63 (b) 0,64 (c) 0,65 (d) 0,66 (e) NA

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Supón que la probabilidad de que llegues a asistir a una universidad es de 0,6; la probabilidad de que trabajes tiempo completo es 0,7 y la probabilidad que llegues a asistir a una universidad y trabajes a tiempo completo es de 0,5. ¿Cuál es la probabilidad de que asistas a una universidad o trabajes a tiempo completo?

- (a) 0,82 (b) 0,81 (c) 0,80 (d) 0,79 (e) NA

2. El señor Cabrera planea salir la noche del sábado próximo. Las probabilidades de que vaya a un juego de fútbol o al cine son 0,35 y 0,30, respectivamente. Si sólo puede asistir a uno de los espectáculos, ¿cuál es la probabilidad de que asista a cualquiera de estos espectáculos?

- (a) 0,66 (b) 0,65 (c) 0,64 (d) 0,63 (e) NA

En el experimento aleatorio de arrojar tres monedas se considera que los ocho posibles resultados tienen igual probabilidad de ocurrir (es decir, son equiprobables)

3. Si A denota el evento de que salgan dos caras y B el evento de que salgan tres caras, ¿Cuál es la probabilidad de que salga ya sea A o B?

- (a) 0,52 (b) 0,51 (c) 0,50 (d) 0,49 (e) NA

4. Si A denota el evento de que salgan al menos dos caras y B el evento de que salgan a lo más caras, ¿cuál es la probabilidad de que salga, ya sea A o B?

- (a) 0,875 (b) 0,876 (c) 0,877 (d) 0,878 (e) NA

5. ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres resultados iguales es un intento?

- (a) 0,25 (b) 0,26 (c) 0,27 (d) 0,28 (e) NA

En el Experimento de lanzar dos dados, considérese que los 36 posibles resultados son equiprobables.

6. Sea A el evento de que obtengamos cuatro o menos puntos y B al evento de que obtengamos 10 o más puntos ¿Cuál será la probabilidad de que obtengamos A o B?

- (a) $1/2$ (b) $1/3$ (c) $1/4$ (d) $1/5$ (e) NA

7. Sea A el evento de que obtengamos un número impar de puntos y B el evento de que obtengamos más de 7 puntos. Calcula la probabilidad de que obtengamos A y B.

- (a) $1/8$ (b) $1/7$ (c) $1/6$ (d) $1/5$ (e) NA

En una bolsa hay 20 bolillas numeradas de la siguiente manera:

- 3 con el número 4
- 2 con le número 3
- 5 con le número 2
- 4 con le numero 1
- 6 con el numero 0

8. Halla la probabilidad de extraer una bolilla marcada con el numero 4 o con le número 3

- (a) $1/4$ (b) $1/7$ (c) $1/6$ (d) $1/5$ (e) NA

9. ¿Cuál es la probabilidad de no obtener una bolilla marcada con un número impar?

- (a) $7/9$ (b) $7/10$ (c) $7/11$ (d) $7/12$ (e) NA

10. ¿Cuál es la probabilidad de que olvide estas dos opciones y utilice el dinero para alguna otra necesidad?

- (a) 0,07 (b) 0,17 (c) 0,27 (d) 0,37 (e) NA

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO

1. Dadas las recientes elecciones presidenciales, una compañía encuestadora decide estudiar el sueldo promedio de las personas que afirman haber votado por el candidato ganador de un distrito limeño. Pero, hecho el estudio, hubo un problema en el sistema de procesamiento de datos y se perdió información, por lo cual se recupero la tabla de distribución de frecuencias de dicha variable parcialmente, como se muestra a continuación

Intervalo	mi	f	h	Fi	Hi
	1200	40			
	1800	8			0,60
				90	
				100	
Total					

Completa el cuadro si la amplitud de todos los intervalos es igual.

2. Un alumno obtuvo 11 en matemática, cuyo peso o ponderación es 5; 13 en lenguaje de peso 4 y 16 en naturales de peso 3
¿Cuál fue la calificación promedio del alumno?

En un aula se le preguntó a cada alumno el número de hermanos que tiene, y se obtuvo lo siguiente:

N ^a de Hermanos	0	1	2	3	4	5
alumnos	1	3	7	2	5	2

3. ¿Cuántos hermanos tienen en promedio los alumnos?

4. Encuentra la mediana

5. Calcula la moda de los datos.

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO

Las notas de 100 alumnos del examen bimestral de Matemática dieron la siguiente distribución de frecuencias:

6. Completa el siguiente cuadro

Intervalo	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
0 ;	4			
4;				0,24
;		60		
;				
;			0,05	

7. Haga las gráficas respectivas
8. Calcula la media
9. Calcula la mediana
10. Calcula la moda. Construye el espacio muestral para los siguientes experimentos aleatorios:
11. Elegir una carta de una baraja de 26 cartas.
12. Verificar el estado de dos transistores (apagados o prendidos).
13. Lanzar 5 monedas y observar el número de caras.
14. Se pregunta a una persona por el mes de su nacimiento.
15. Lanzar un dado y observar el resultado
16. El señor Ríos gana \$ 5 000 el último verano y está pensando gastar el dinero en comprar un automóvil nuevo o un juego nuevo de muebles para su sala. La probabilidad de que compre un automóvil nuevo es 0,30 y la de comprar muebles nuevos para su sala es 0,33

¿Cuál es la probabilidad de que opte por una de estas dos opciones?

- (a) 0,43 (b) 0,53 (c) 0,63 (d) 0,73 (e) NA