MÉTODO MONTECARLO

REGLA DE LA SUMA

Si A y B son eventos de un espacio muestral y no son mutuamente excluyentes, entonces:

P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B)

EJEMPLO 1

Si lanzamos un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par y un número primo menor que 3?

- **El espacio muestral es:**
  Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
- **El evento A de obtener un número par, es:**
  A = {2; 4; 6}; entonces: **P(A)** = 3/6
- **El evento B de obtener un número primo menor que 3, es:**
  B = {1; 2}; entonces: **P(B)** = 2/6
- Los eventos **A** y **B** tiene en común el resultado **2 (un solo número);** el cual representa a:
  P(A∩B) = 1/6
- Aplicaremos ***la regla de la suma***
  P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B)
  P(A∪B) = 3/6 + 2/6 – 1/6
  P(A∩B) = 4/6 = 2/3
- La probabilidad de obtener un número par y un número primo menor que 3 es 2/3; que quiere decir 2 posibilidades de cada 3 tiros.

REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

Si A y B son eventos independientes, es decir la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia de otro y viceversa, entonces si se busca hallar la probabilidad de que sucedan dichos eventos al mismo tiempo, tenemos:

P(A∩B) = P(A). P(B)

EJEMPLO 2

Si lanzan una moneda y un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número cara y 5?

- **El espacio muestral es:**
  Ω = {(c;1), (c;2), (c;3), (c;4), (c;5), (c;6), (s;1), (s;2), (s;3), (s;4), (s;5), (s;6)}
- **El evento A de obtener cara, es:**
  A = {(c;1), (c;2), (c;3), (c;4), **(c;5),** (c;6)} entonces: **P(A)** = 6/12
- **El evento B de obtener un número 6, es:**
  B = {**(c;5)**, (s;5)}; entonces: **P(B)** = 2/12
- Los eventos **A** y **B** no son excluyentes pues ambos tienen en común el resultado **(c;5):**
  P(A∩B) = P(A). P(B)
  P(A∩B) = P(c; 5) = (6/12).(2/12) = **1/12**
- La probabilidad de obtener (c, 5) es de 1 en 12

EL MÉTODO MONTECARLO

Es un método estadístico consistente en simular un fenómeno aleatorio a fin de aproximarnos a la probabilidad de un evento en el supuesto de que ocurrirán resultados semejantes a los que obtenemos.

A fin de aproximarnos a la probabilidad, seguiremos los siguientes pasos:

- Establecemos cual es el problema.
- Seleccionamos un modelo.
- Efectuamos los ensayos.
- Reunimos los datos para hallar la probabilidad
- calculamos la probabilidad.

EJEMPLO 3

En la final de básquet entre la selección de nuestro colegio San Agustín y la selección del colegio San José de Chiclayo, el árbitro cobra una falta a favor de nuestra selección. Nuestro canasteador estrella Pablito Centeno será el encargado de lanzar los dos tiros libres, faltan 20 segundos para acabar el encuentro y estamos empatados. Si el promedio de aciertos es de 0,8 en sus tiros libres ¿Cuál es la probabilidad de que Carlos acierte sus dos tiros?

- **Establecemos cual es el problema.**

La probabilidad de que Carlos acierte sus dos lanzamientos con un promedio de 0,8 de efectividad (8 aciertos de cada 10 tiros efectuados)

- **Seleccionamos un modelo.**

Las dos gráficas circulares representaran las posibilidades de cada tiro

1er tiro	**2do tiro**
NO ACIERTA	**NO ACIERTA**
ACIERTA	**ACIERTA**

- **Efectuamos los ensayos**

Asumiendo que dichos círculos son como ruletas, giraremos las respectivas agujas una cantidad determinada de veces anotando los resultados.

- **Reunimos datos hallando la probabilidad**

De 25 intentos en total los resultados fueron 13 aciertos y 12 desaciertos.

- **Calculamos la probabilidad.**

13 aciertos de 25 ensayos es el 52%
ésta es la probabilidad simulada

$P(A\cap B)$ = 52/100 = **0,52**

Ahora la probabilidad teórica es.

$P(A\cap B)$ = (0,8)(0,8) = **0,64**

La diferencia entre ambas probabilidades se debe a que la teórica es solamente una aproximación.

ESPERANZA MATEMÁTICA

Es la relación entre el premio conseguido y la probabilidad de acertar.

También conocido como valor esperado o simplemente valor de una variable aleatoria discreta es la suma de la probabilidad de cada suceso multiplicado por su valor.

$$\mathbf{E(x)} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot P(x_i)$$

EJEMPLO 4

Verifique si los siguientes juegos son justo, injusto (desfavorable) o favorable para un jugador.

- Apostar s/.1, si al lanzar una moneda sale cara o sello, siendo el premio s/.2 si gana y 0 nuevos soles si pierde.

Aquí la esperanza matemática es igual a cero por lo que el juego se considera justo.

- En una rifa se pagan s/. 600 siendo s/.1 el precio de cada boleto. se sabe que se venden 1200 boletos

La esperanza matemática es -0,5 por lo que el juego se considera injusto o desfavorable.

- Por acertar el número que sale al lanzar un dado se paga s/.10 siendo el costo de la apuesta de s/1

La esperanza matemática es 1,66 lo que es bastante favorable para el jugador.

- **Para tener en cuenta:**

Variable, es toda magnitud que puede asumir diferentes valores.
De acuerdo a su valor puede ser continua (si se expresa con números reales) o discreta (si se puede tomar un número infinito de valores, en un caso)
Una variable aleatoria es una variable que tiene un solo valor numérico, determinado por el azar, para cada resultado de un experimento.

EJEMPLO 5

***Un participante debe lanzar un dado, si sale par gana y si sale impar pierde, deberá tener en cuenta el reglamento siguiente*:**

- **Si en el primer lanzamiento obtiene un número par, gana s/. 2 y finaliza el juego.**
- **Si obtiene el par en el segundo lanzamiento gana s/. 4 y el juego concluye.**
- **Si obtiene par en el tercer lanzamiento gana s/. 8**
- **Pero si no obtiene un número par en ninguno de los tres lanzamientos el jugador deberá pagar a la casa s/. 32**

¿Cuál es la esperanza de ganar este juego?

La probabilidad de ganar es aparentemente fácil:

- La probabilidad de ganar al sacar un número par en cualquiera de los 3 lanzamientos es:

P(ganar) = P(par) + P(impar-par) + P(impar-impar-par)

= ½ + ¼ + 1/8

P(ganar) = 7/8 = **0,875**

"La probabilidad de ganar es bastante alta porque 0,875 se aproxima a 1"

- Ahora calculemos el valor estimado se ganancia o perdida **E(x)**

E(x) = 2P(par) + 4P(impar-par) **+** 8P(impar-impar-par) – 32(impar-impar-impar)

= 2(1/2) + 4(1/4) + 8(1/8) – 32(1/8)

E(x) = -1

- Le resultado indica que es de esperar perder s/.1 si se participa en un gran número de juegos. Para conocer la ganancia o la pérdida promedio en un gran número de participaciones, se ha definido la cantidad que se gana (s/.2; S/.4 y s/.8) o se pierde (s/.32) cada vez que se juega y se le ha asociado la probabilidad de que gana (1/2; 1/3 y 1/8) o que pierde (1/8)
- En conclusión, es un juego desfavorable para el que juega.
- **Para tener en cuenta:**

Si la esperanza es igual a 0, el juego se considera justo.
Si la esperanza es menor que 0, el juego se considera desfavorable para el jugador.
Si la esperanza es mayor que 0, el juego resulta favorable para el jugador.

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. **Una caja contiene 4 boletos premiados y 5 boletos con castigos ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos boletos, uno sea castigo y el otro premio?**
   (a) 2/11 (b) 10/11 (c) 5/11 (d) 4/11 (e) 7/11

2. **La probabilidad de que Ángela estudie Aritmética es 0,75 y la probabilidad de que estudie Geometría es 0,50. Si la probabilidad de que estudie Aritmética o Geometría es de 0,85 ¿Cuál es la probabilidad de que estudie ambos cursos a la vez?**
   (a) 0,1 (b) 0,2 (c) 0,3 (d) 0,4 (e) NA

3. **En una caja hay 15 fichas, de las cuales 10 están pintadas de rojo y el resto de azul. Una persona extrae dos fichas, una por una. Halle la probabilidad de que ambas sean de color rojo**
   (a) 4/9 (b) 3/7 (c) 5/9 (d) 4/7 (e) 2/7

1. **Se lanzan dos dados de colores diferentes ¿Cuál es la posibilidad de obtener 7 puntos en total?**
   (a) 2/18 (b) 1/4 (c) 1/6 (d) 3/7 (e) NA

4. **De 100 pacientes examinados, 20 padecían de artritis, 32 de gastritis y 8 tenían ambos males Hallar la probabilidad de seleccionar un paciente que padezca de artritis o gastritis.**
   (a) 11/25 (b) 11/50 (c) 17/50 (d) 13/50 (e) 19/25

5. **Se tienen dos urnas: en la primera hay 3 balotas azules y 6 rojas, en la segunda urna se tiene 4 balotas azules, 3 rojas y 2 blancas. Si se extrae una bola al azar, determine la probabilidad de que una balota sea azul**
   (a) 7/12 (b) 3/17 (c) 7/24 (d) 5/18 (e) 7/18

6. **del caso anterior determine si la balota extraída resulto roja ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la primera urna?**
   (a) 1/9 (b) 4/7 (c) 3/4 (d) 2/3 (e) 1/5

2. **Se lanzan dos dados de colores diferentes ¿Cuál es la posibilidad de obtener 7 puntos en total?**
   (a) 2/18 (b) 1/4 (c) 1/6 (d) 3/7 (e) NA

ARITMETICA

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. **La probabilidad que tiene Francisco de ganarle a Ricardo en una partida de ajedrez es igual a 1/3 ¿Cuál es la probabilidad que tiene Francisco de ganar por lo menos una de tres partidas?**
(a) 1/9 (b) 1/27 (c) 8/27 (d) 19/27 (e) 4/27

2 **Calcular la probabilidad de obtener un sello en el lanzamiento de 2 monedas**
(a) 1/2 (b) 1/3 (c) 1/4 (d) 1/8 (e) NA

3 **Calcular la probabilidad de obtener cara en el lanzamiento de 2 monedas**
(a) 1/2 (b) 1/3 (c) 1/4 (d) 1/8 (e) NA

4 **Una balota se extrae al azar de una caja que contiene 4 balotas con premios, 5 balotas con castigos y 2 balotas con comodines. Determinar la probabilidad de que sea comodín o castigo**
(a) 2/11 (b) 10/11 (c) 5/11 (d) 4/11 (e) 4/11

5. **del ejercicio anterior. Determina la probabilidad de que sea premio o castigo**
(a) 2/11 (b) 10/11 (c) 5/11 (d) 4/11 (e) 4/11

6. **Calcular la probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda y un puntaje impar mayor que 2 al lanzar un dado.**
(a) 2/3 (b) 1/12 (c) 1/6 (d) 2/11 (e) 5/6

7. **La probabilidad de que gane el caballo Santorín en una carrera es de 0,50 y la posibilidad d que gane Di Stefano es de 0,75. Si ambos son de un mismo dueño y la probabilidad de que gane uno u otro es de 0,85 ¿Cuál es la probabilidad de que ganen ambos caballos a la vez llegando empatados?**
(a) 0,5 (b) 0,4 (c) 0,3 (d) 0,2 (e) NA

8. **Se realiza un sorteo con tres equipos de atletas, de los 5tos A, B y C para competir en el primer carril de una pista de atletismo: En la primera urna hay 3 balotas con los nombres del equipo A y 6 del B; en la segunda urna se tiene 4 balotas del A, 3 balotas del B y 2 del C. Si se extrae solamente una balota al azar, determine si la esta resultó del B ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la primera urna?**
(a) 4/7 (b) 1/9 (c) 1/5 (d) ¾ (e) 2/3

9. **Del ejercicio anterior. Determine la probabilidad de que la balota extraída sea del 5to A**
(a) 3/17 (b) 5/18 (c) 7/18 (d) 7/12 (e) 7/24

10. **Se lanzan 6 monedas y un dado ¿Cuál es la probabilidad de que el número que se obtenga en el dado sea igual al número de caras obtenidas?**
(a) 21/128 (b) 17/135 (c) 31/192 (d) 13/164 (e) 19/142