MCD Y MCM

El MCD de dos o más números cumple las siguientes condiciones:

- Es un divisor común de los números.
- Es el mayor de todos ellos.

EJEMPLO 1

Halle el mcd de 8; 12 y 20.

RESOLUCIÓN

- Hallamos los divisores
  d(8) = 1; 2; **4**; 8
  d(12) = 1; 2; 3; **4**; 6; 12
  d(20) = 1; 2; **4**; 5; 10; 20
- Identificamos los divisores comunes
  1, 2 y 4
- El divisor 4 es el mayor de ellos.
- Finalmente:
  MCD (8; 12; 20) = 4

. **PROPIEDADES DEL MCD**

1. El MCD nunca es mayor que uno de los números

EJEMPLO 2

Verificar la propiedad con el MCD de 15; 20 y 40

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCD
  MCD (15; 20; 40) = 5
- Entonces 5 es menor que 15; 20 y 40.

2. Si el menor de los números es divisor común de los otros entonces el MCD será ese menor número:

EJEMPLO 3

Verifica la propiedad del MCD de 7; 14; 21 y 28

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCD
  MCD (7; 14; 21; 28) = 7
- Entonces 7 es el menor número y a la vez MCD

3. El MCD de dos números PESI es la unidad.

EJEMPLO 4

Verifica la propiedad del MCD de 30 y 49

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCD
  MCD (30; 49) = 1
- Entonces 1 es el único divisor común y a la vez MCD

FORMAS PRÁCTICAS PARA DETERMINAR EL MCD

POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA

Se ordenan los números horizontalmente, al final se traza una raya vertical donde se escribirá a su derecha el divisor primo común y a la altura de cada número se colocan los cocientes de dividir entre el divisor común a dichos números.

EJEMPLO 5

Halle el MCD de 200; 180 y 150 por descomposición simultánea

RESOLUCIÓN

200	**180**	**150**	**2**
100	90	75	**5**
20	18	15	

MCD (200; 180; 150) = 2 x 5 = **10**

POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Se toman los factores primos comunes elevados a sus menores exponentes.

EJEMPLO 6

Halle el MCD de 2000; 1800 y 1500 por descomposición canónica

RESOLUCIÓN

2000 = 2^4 x 5^3

1800 = 2^3 x 3^2 x 5^2

1500 = 2^2 x 3 x 5^3

MCD (2000; 1800; 1500) = 2^2 x 5^2= **100**

El MCM de dos o más números cumple las siguientes condiciones:

- Es un múltiplo común de los números.
- Es el menor de todos ellos.

EJEMPLO 1

Halle el MCM de 8; 12 y 20.

RESOLUCIÓN

- Hallamos los divisores
  m(8) = 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 64; **72**; …
  m(9) = 9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; **72**; …
  m(12) = 12; 24; 36; 48; 60; **72**; …
- Identificamos el menor múltiplo común: 72
- Finalmente:
  MCM (8; 9; 12) = 72

PROPIEDADES DEL MCD

1. El MCM nunca es menor que uno de los números

EJEMPLO 2

Verificar la propiedad con el MCM de 15; 20 y 40

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCM
  MCM (15; 20; 40) = 120
- Entonces 120 es mayor que 15; 20 y 40.

2. Si el mayor de los números es múltiplo común de los otros entonces el MCM será ese mayor número:

EJEMPLO 3

Verifica la propiedad del MCM de 7; 14 y 28

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCM
  MCD (7; 14; 28) = 28
- Entonces 28 es el mayor número y a la vez MCM

4. El MCM de dos números PESI es el producto de dichos números.

EJEMPLO 4

Verifica la propiedad del MCM de 30 y 11

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCM
  MCD (30; 11) = 30 x 11 **= 330**
- Entonces 330 es el producto de 30 x 11 y además es el MCM.

FORMAS PRÁCTICAS PARA DETERMINAR EL MCM

POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA

Se ordenan los números horizontalmente, al final se traza una raya vertical donde se escribirá a su derecha el divisor primo común y no común. A la altura de cada número se colocan los cocientes de dividir entre el divisor común a dichos números.

EJEMPLO 5

Halle el MCD de 200; 180 y 150 por descomposición simultánea

RESOLUCIÓN

10	**12**	**15**	**2**
5	6	15	**2**
5	3	5	**3**
5	1	5	**5**
1	1	1	

MCM (10; 12; 15) = 2^2 x 3 x 5**= 60**

POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Se toman los factores primos comunes y no comunes elevados a sus mayores exponentes.

EJEMPLO 6

Halle el MCM de 200; 180 y 150 por descomposición canónica

RESOLUCIÓN

200 = 2^3 x 5^2
180 = 2^2 x 3^2 x 5
150 = 2 x 3 x 5^2
MCD (200; 180; 150) = 2^3 x 3^2 x 5^2**= 1 800**

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. **Hallar cuantos divisores comunes tienen los números 60 y 72**
2. **Hallar la suma de los divisores comunes de 54 y 90**
3. **Hallar cuántos múltiplos comunes tienen 9 y 6 entre 180 y 360**
4. **Halle la suma de los múltiplos comunes de 3 y 4 que sean de dos cifras.**
5. **Si MCD (b2; a(b+1)) = 24, calcule a+b**

o

6. **Si N < 1 500, además MCD (N; 1 500) = 50 ¿Cuántos valores asume N?**

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Hallar cuantos divisores comunes tienen los números 50 y 75
2. Hallar cuántos divisores comunes tienen los números 28 y 56
3. Hallar la suma de los divisores comunes de 36 y 45
4. Hallar cuántos múltiplos comunes tienen 13 y 11 entre 100 y 200
5. Hallar cuántos múltiplos comunes tienen 8 y 4 entre 120 y 240
6. Halle la suma de los múltiplos comunes de 5 y 7 que sean de dos cifras.
7. Si MCD (A, B, C) = 120 ¿Cuántos divisores comunes tienen A, B y C?

8. Se trata de depositar el aceite de 3 barriles que tienen 210, 300 y 420 litros de capacidad en envases que sean iguales entre sí. ¿Cuál es la menor cantidad de envases que se emplearía para que todos estén llenos y no desperdiciar aceite?
   (a) 29 (d) 32
   (b) 30 (e) 33
   (c) 31
9. El cociente de dos números es igual a su MCD. Si su MCM es igual a 81. El menor de dichos números es
   (a) 9 (d) 81
   (b) 18 (e) 36
   (c) 15
10. M y N tienen 10 y 9 divisores respectivamente. Si ambos números tienen los mismos factores primos ¿Cuál es el menor valor que puede tomar el MCD de M y N?
   (a) 10 (d) 36
   (b) 18 (e) 12
   (c) 24