



MCD Y MCM

El MCD de dos o más números cumple las siguientes condiciones:

- Es un divisor común de los números.
- Es el mayor de todos ellos.

EJEMPLO 1

Halle el mcd de 8; 12 y 20.

RESOLUCIÓN

- Hallamos los divisores
 $d(8) = 1; 2; 4; 8$
 $d(12) = 1; 2; 3; 4; 6; 12$
 $d(20) = 1; 2; 4; 5; 10; 20$
- Identificamos los divisores comunes
 1, 2 y 4
- El divisor 4 es el mayor de ellos.
- Finalmente: $MCD(8; 12; 20) = 4$

PROPIEDADES DEL MCD

1. El MCD nunca es mayor que uno de los números

EJEMPLO 2

Verificar la propiedad con el MCD de 15; 20 y 40

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCD $MCD(15; 20; 40) = 5$
 - Entonces 5 es menor que 15; 20 y 40.
2. Si el menor de los números es divisor común de los otros entonces el MCD será ese menor número:

EJEMPLO 3

Verifica la propiedad del MCD de 7; 14; 21 y 28

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCD $MCD(7; 14; 21; 28) = 7$
 - Entonces 7 es el menor número y a la vez MCD
3. El MCD de dos números PESI es la unidad.

EJEMPLO 4

Verifica la propiedad del MCD de 30 y 49

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCD $MCD(30; 49) = 1$
- Entonces 1 es el único divisor común y a la vez MCD

FORMAS PRÁCTICAS PARA DETERMINAR EL MCD

- **POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA**

Se ordenan los números horizontalmente, al final se traza una raya vertical donde se escribirá a su derecha el divisor primo común y a la altura de cada número se colocan los cocientes de dividir entre el divisor común a dichos números.

EJEMPLO 5

Halle el MCD de 200; 180 y 150 por descomposición simultánea

RESOLUCIÓN

200	-	180	-	150	2
100		90		75	5
20		18		15	

$MCD(200; 180; 150) = 2 \times 5 = 10$

- **POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA**

Se toman los factores primos comunes elevados a sus menores exponentes.

EJEMPLO 6

Halle el MCD de 2000; 1800 y 1500 por descomposición canónica

RESOLUCIÓN

$$2000 = 2^4 \times 5^3$$

$$1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$1500 = 2^2 \times 3 \times 5^3$$

$$\text{MCD}(2000; 1800; 1500) = 2^2 \times 5^2 = 100$$

El MCM de dos o más números cumple las siguientes condiciones:

- Es un múltiplo común de los números.
- Es el menor de todos ellos.

EJEMPLO 1

Halle el MCM de 8; 12 y 20.

RESOLUCIÓN

- Hallamos los divisores
 $m(8) = 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 64; 72; \dots$
 $m(9) = 9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; \dots$
 $m(12) = 12; 24; 36; 48; 60; 72; \dots$
- Identificamos el menor múltiplo común: 72
- Finalmente: $\text{MCM}(8; 9; 12) = 72$

PROPIEDADES DEL MCD

1. El MCM nunca es menor que uno de los números

EJEMPLO 2

Verificar la propiedad con el MCM de 15; 20 y 40

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCM $\text{MCM}(15; 20; 40) = 120$
 - Entonces 120 es mayor que 15; 20 y 40.
2. Si el mayor de los números es múltiplo común de los otros entonces el MCM será ese mayor número:

EJEMPLO 3

Verifica la propiedad del MCM de 7; 14 y 28

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCM $\text{MCD}(7; 14; 28) = 28$
 - Entonces 28 es el mayor número y a la vez MCM
4. El MCM de dos números PESI es el producto de dichos números.

EJEMPLO 4

Verifica la propiedad del MCM de 30 y 11

RESOLUCIÓN

- Hallando el MCM $\text{MCD}(30; 11) = 30 \times 11 = 330$
- Entonces 330 es el producto de 30×11 y además es el MCM.

FORMAS PRÁCTICAS PARA DETERMINAR EL MCM**• POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA**

Se ordenan los números horizontalmente, al final se traza una raya vertical donde se escribirá a su derecha el divisor primo común y no común. A la altura de cada número se colocan los cocientes de dividir entre el divisor común a dichos números.

EJEMPLO 5

Halle el MCD de 200; 180 y 150 por descomposición simultánea

RESOLUCIÓN

10	-	12	-	15	2
5		6		15	2
5		3		5	3
5		1		5	5
1		1		1	

$$\text{MCM}(10; 12; 15) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

• POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Se toman los factores primos comunes y no comunes elevados a sus mayores exponentes.

EJEMPLO 6

Halle el MCM de 200; 180 y 150 por descomposición canónica

RESOLUCIÓN

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

$$\text{MCD}(200; 180; 150) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = 1\,800$$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

- Hallar cuantos divisores comunes tienen los números 90 y 75
- Si el MCD de abba y 90 es igual a 45. Calcular: axb
 (a) 10 (b) 20 (c) 30
 (d) 40 (e) NA
- La suma de 2 números es 972 y al determinar el MCD por el algoritmo de Euclides se obtiene los restos 30, 7, a, b y 0 donde la diferencia entre a y b es 1. Hallar el mayor de los números, si los 2 primeros cocientes son iguales.
 (a) 814 (b) 815 (c) 816
 (d) 817 (e) NA
- Hallar cuantos múltiplos comunes tienen 12 y 15 entre 100 y 200
 Hallar "n" en los números
 $A = 45 \times 60^n$
 $B = 45^n \times 60$
 Sabiendo que el MCM de dichos números es 12 veces su MCD.
 (a) 1 (b) 2 (c) 3
 (d) 4 (e) NA
- Se trata de depositar el aceite de 3 barriles que tienen 210, 300 y 420 litros de capacidad en envases que sean iguales entre sí. ¿Cuál es la menor cantidad de envases que se emplearía para que todos estén llenos y no desperdiciarse aceite?
 (a) 28 (b) 29 (c) 30
 (d) 31 (e) NA

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

- Hallar cuantos divisores comunes tienen los números 72 y 60
- Hallar cuantos divisores comunes tienen los números 100 y 120
- Hallar la suma de los divisores comunes de los números 270 y 300
- calcular la suma de 2 números PESI si al calcular el MCD por el algoritmo de Euclides se obtuvieron como cocientes el 2, 5, 3 y 2 respectivamente
- Hallar la suma de divisores comunes de los números 54 y 90
- Hallar cuantos múltiplos comunes tienen 9 y 6 entre 180 y 360
- Hallar cuantos múltiplos comunes tienen 10 y 11 entre 300 y 600
- El número de páginas de un libro es mayor que 500 y menor que 600. Si se cuentan de 3 en 3 sobran 2, de 5 en 5 sobran 4 y de 7 en 7 sobran 6. ¿Cuántas páginas tiene el libro?
 (a) 523 (b) 524 (c) 525
 (d) 526 (e) NA
- El MCM de las edades de dos personas es el doble de Alicia y el MCD de sus edades es la tercera parte. Si Alicia nació 24 años antes que Berenice ¿Cuántos años tiene Alicia?
 (a) 71 (b) 72 (c) 73
 (d) 74 (e) NA
- Si el número de naranjas que tiene un vendedor se cuenta de 15 en 15, de 18 en 18 y de 24 en 24 siempre sobran 11. Hallar el número de naranjas si es el menor posible.
 (a) 320 (b) 351 (c) 371
 (d) 391 (e) 357