



### MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

# ALGEBRA

#### **MÁXIMO COMUN DIVISOR (MCD)**

El máximo común divisor de dos o más expresiones algebraicas es la expresión de mayor grado posible contenida como factor, un número entero de veces, en dichas expresiones.

Para calcular el M.C.D se factorizan estas expresiones y el M.C.D estará formado por los factores comunes con su menor exponente.

#### **MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM)**

El mínimo común múltiplo de dos o más expresiones algebraicas es la expresión de menor grado posible que contiene un número entero de veces, como factor a dichas expresiones.

Para calcular el MCM se factorizan estas expresiones y MCM se formará con los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

#### **Ejemplo 1:**

Determinar el MCD y el MCM de:

$$A=x^2+xy$$

$$B=x^2-y^2$$

#### **Solución.**

Factorizando cada polinomio

$$A=x(x+y)$$

$$B=(x+y)(x-y)$$

$$\text{El MCD (A, B) = (x+y)}$$

$$\text{El MCM (A y B) = x(x+y)(x-y)}$$

#### **Ejemplo 2:**

Hallar el MCD y el MCM de:

$$P=x^2-5x+6$$

$$Q=x^2-4$$

$$R=x^3-3x-2$$

Solución:

Factorizando cada polinomio.

$$P=(x-3)(x-2)$$

$$Q=(x+2)(x-2)$$

$$R=x^3-x-2x-2=x(x^2-1)-2(x+1)$$

$$=x(x+1)(x-1)-2(x+1)$$

$$=(x+1)[x(x-1)-2]$$

$$=(x+1)(x^2-x-2)$$

$$=(x+1)(x+1)(x-2)$$

$$=(x+1)^2(x-2)$$

El único factor común es:  $(x-2)$

los factores no comunes son:

$$(x-3), (x+2), (x+1)$$

$$MCD. (P, Q, R)=(x-2)$$

$$MCM (P,Q,R) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+1)^2$$

## CONSTRUYENDO

### MIS CONOCIMIENTOS

- Hallar el M.C.D. de:  
 $m^2 + m - 12$  ;  $m^2 - 9$  ;  $m^2 - 4m + 3$

Resolución:

Rpta. M.C.D. =  $(m - 3)$

- Hallar el M.C.D. de:  
 $12(m - 2)^2$  ;  $6(m^3 - 8)$ ;  $15m^2 - 60$

Resolución:

Rpta. M.C.D. =  $3(m - 2)$

- Hallar el M.C.M. de  $3m - 15$ ;  
 $m^2 + 5m + 25$ ;  $m^3 - 125$

Resolución :

Rpta. M.C.M. =  $3(m^3 - 125)$

4. Hallar el M.C.D y el M.C.M. de:

$$A = 5x^2 - 10x$$

$$B = x^3 - 4x$$

$$C = x^2y - 2xy$$

$$D = x^2 - x - 2$$

Resolución :

Rpta. M.C.D. =  $(x - 2)$

$$M.C.M. = 5xy(x-2)(x+2)(x+1)$$

5. Hallar el M.C.D. y el M.C.M. de:

$$A = x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$$

$$B = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$$

$$C = x^4 - y^4$$

Resolución :

Rpta. M.C.D. =  $(x^2 + y^2)$

$$M.C.M. = (x^4 - y^4)$$

## REFORZANDO

## MIS CAPACIDADES

1. Hallar el M.C.D. de los siguientes

Polinomios:

$$3x + 6 ; x^2 - 4 ; (x + 2)^2$$

a)  $x + 1$       b)  $x + 2$       c)  $x + 3$

d)  $x + 4$       e) N.A.

2. Halla el M.C.D. de los siguientes

polinomios:

$$8 - x^3 ; 4 - x^2 ; (2 - x)^2$$

a)  $2+x$     b)  $x+3$       c)  $x+5$

d)  $2-x$     e) N.A.

3. Halla el M.C.D. de:  $M = 4x^4 - y^2$   $N = (2x^2 - y)^2$

a)  $(2x+y)$       b)  $(2x^2+y^2)$     c)  $(x+y)$

d)  $(2x^2-y)$       e) N.A.

4. Halla el M.C.M. de los siguientes

polinomios:

$$m^2+2m+1 ; m^2 - 1 ; 3m^2 + 3m$$

a)  $3m(m-1)(m+1)^2$

b)  $3m(m-1)$

c)  $3m^2(m-1)$

d)  $3m(m+1)$

e) N.A.

5. Halla el M.C.M. de los siguientes polinomios:

$$a^2 + 2ab + b^2 ; a^2 - 2ab + b^2 ; a^2 - b^2$$

- a)  $(a+b)^2 (a-b)^2$
- b)  $(a+b)^2$
- c)  $(a - b)^2$
- d)  $(a+b) (a-b)$
- e) N.A.

6. Halla el M.C.M. de:

$$A = (x^2 - 1)^2$$

$$B = x^2 - 4x - 5$$

$$C = x^4 - 1$$

- a)  $(x+1)^2 (x-1)^2 (x-5) (x^2+1)$
- b)  $(x+1)^2 (x-1)^2$
- c)  $(x+1) (x-1) (x+6)$
- d)  $(x+2)(x-2)(x^2+1)$
- e) N.A.

7. Hallar el M.C.D. de:

$$A = 12ax - 6ay + 24bx - 12by$$

$$B = 3a^3 + 24b^3$$

$$C = 9a^2 + 9ab - 18b^2$$

- a)  $3(a+2b)$
- b)  $(a+3b)$
- c)  $(a^2+2b)$
- d)  $(a+2b^2)$
- e) N.A.

8. Sean los polinomios:

$$P_{(x)} = x^4 + mx - 9x^2 + n \text{ y } Q_{(x)}$$

$$\text{Cuyo M.C.D. es } (x^2 - 5x + 6)$$

Calcular:  $m/n$

- a) 3
- b) -3
- c)  $1/3$
- d)  $-1/3$
- e) 20

9. El M.C.M. de dos polinomios  $A_{(x)}$  y  $B_{(x)}$  es:  $(x^3 - x^2 - 4x + 4)$  y su M.C.D. es:  $(x^2 + x - 2)$

Hallar el número de factores primos de  $A(x) \cdot B(x)$

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

10. ¿Cuál será aquel polinomio que con  $P_{(x)} = (x^2 - 9)^2$  tenga como M.C.D.  $(x^2 + 5x + 6)$ ; además M.C.M. =  $x^4 - 13x^2 + 36$ ?

- a)  $(x+2) (x^2 + 2)^2$
- b)  $(x+3) (x^2 - 4)^2$
- c)  $(x+1) (x^2+3)^2$

# ALGEBRA

d)  $(x+4)(x^2+5)^2$