



MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

ALGEBRA

MONOMIOS Y POLINOMIOS

Analiza las expresiones $(a + 1)b^3$ y $(a + 1)^3b$ y determina:

El número de divisores de grado igual o mayor que uno de $(a + 1)b^3$ es

El número de divisores de grado igual o mayor que uno de $(a + 1)^2b$ es

Los divisores de $(a+1)b^3$ son: $(a+1)$; b ; b^2 ; ; ; ;

Los divisores de $(a+1)^2b$ son b ; $(a+1)$; ; ; ;

Los divisores comunes son: ; ;

El divisor de mayor grado es

El **máximo común divisor (MCD)** de dos o más expresiones algebraicas enteras es la expresión algebraica entera de mayor coeficiente y de mayor grado que divide exactamente a dichas expresiones algebraicas.

El MCD de monomios tiene por coeficiente el máximo común divisor de los coeficientes de los monomios y por parte literal las variables comunes con el menor exponente.

Ejemplo: Determina el MCD de $12x^2y^4w^4$, $18xy^2z$, $24x^3y^5z^2w^3$

Solución:

El $MCD(12,18,24) = 6$ y las variables comunes con el menor exponente son xy^2

Luego el $MCD(12x^2y^4w^4, 18xy^2z, 24x^3y^5z^2w^3) = 6xy^2$

El MCD de polinomios factorizados es el producto de los polinomios primos comunes elevados a su menor exponente.

Ejemplo: Halla el MCD de $A = x^5z^5 - 4x^3z^5$ y $B = x^4z + 4x^3z + 4x^2z$

Solución:

Factoricemos

$$A = x^5z^5 - 4x^3z^5 = x^3z^5(x^2 - 4) = x^3z^5(x+2)(x-2)$$

$$B = x^4z + 4x^3z + 4x^2z = x^2z(x^2 - 4x + 4) = x^2z(x-2)^2$$

Luego el $MCD(A,B) = x^2z(x-2)$

El **mínimo común divisor (MCM)** de dos o más expresiones algebraicas enteras es la expresión algebraica entera de menor coeficiente y de menor grado que es divisible entre cada una de dichas expresiones algebraicas.

El MCM de monomios tiene por coeficiente el mínimo común múltiplo de los coeficientes de los monomios y por parte literal a las variables y no comunes, dando a cada una el mayor exponente.

Ejemplo: Halla el MCM de $2x^3y^5z$, $5x^4y^2w^3$, $6x^2y^7$

Solución:

El $MCM(2,5,6) = 30$ y las variables comunes con su mayor exponente son $x^4y^7zw^3$.

Luego el $MCM(2x^3y^5z, 5x^4y^2w^3, 6x^2y^7) = 30x^4y^7zw^3$

MCD de dos o más polinomios factorizados es el producto de los polinomios primos comunes y no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo: Determina el MCM de los polinomios $P(x) = (x+1)^3$,
 $Q(x) = x^2 + 1$, $R(x) = x^2 - 2x - 3$

Solución:

Factoricemos $P(x) = (x+1)^3$, $Q(x) = x^2 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$,
 $R(x) = x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$ polinomios primos comunes
($x + 1$) y no comunes ($x - 3$), ($x^2 - x + 1$)

Luego el $MCM(P,Q,R) = (x + 1)^3 (x - 3)(x^2 - x + 1)$

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Determina el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes monomios:

a) $A = 2x^2 y$; $B = x^2y^3$; $C = 36x^3 y$

b) $A = 8x^3 y^4$; $B = 20x^2z^3$; $C = 4xyz$

c) $A = 15a^2b^3c$; $B = 24ab^2x$;
 $C = 36b^4x^2$

d) $A = 75a^4 b^3 c^2$; $B = 150 a^5b^7x^3$;
 $C = 225a^3 b^2 y^2$

2) Determina el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes polinomios:

a) $A = 3x^3 + 15x^2$; $B = ax^2 + 5ax$

b) $A = 9x^2 - 1$; $B = 9x^2 - 6x + 1$

c) $A = 8x^3 + y^3$; $B = 4ax^2 - ay^2$

d) $A = ax^3 - 2ax^2 - 8ax$; $B = ax^2 - ax - 6a$

e) $A = x^3 + 27$; $B = 2x^2 - 6x + 18$;
 $C = x^4 - 3x^3 + 9x^2$

f) $A = 12x^2 - 6xy + 24yx - 12y^2$;

$$C = 9x^2 + 9xy - 18y^2$$

$$\text{g) } A = (xy + y^2); C = ax^3y + ay^4$$

$$B = x^2y - 2xy^2 - 3y^3; D = x^2y - y^3$$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Determina el MCD y el MCM de los siguientes monomios:

a) $A = 6x^2y^3; B = 15x^3y^4; C = 3xy^6$

b) $A = 18mn^2; B = 27a^2m^3n^4;$
 $C = 30am^2$

c) $A = 28a^2 b^3c^4; B = 35a^3b^4c^5;$
 $C = 42a^4b^5c^6$

d) $A = 38a^2 x^6y^4; B = 76mx^4y^7;$
 $C = 95x^5y^6$

e) $A = 72m^4n^3 x; B = 96m^3x^2y^3;$
 $C = 120m^2n^3y^4$

f) $A = 12x^2y^3 z^4; B = 18x^4y^2;$
 $C = 24x^7y^8z^2$

2. Determinar el MCD y el MCM de los siguientes polinomios:

a) $A = x^2 - 2x - 8; B = x^2 - x - 12; C = x^3 - 9x^2 + 20x$

b) $A = 5a^2 + 5ax + 5ay + 5xy;$
 $B = 15a^3 - 15ax^2 + 15a^2y - 15x^2 y;$
 $C = 20a^3 - 20ay^2 + 20a^2x - 20xy^2$

c) $A = 16y^3x + 54x$
 $B = 12y^2x^2 - 42 yx^3 - 90x^2$
 $C = 32y^3x + 24y^2x - 36yx$
 $D = 32y^4x - 144y^2x + 162x$

d) $A = 2x^5 + 2x^4 - 2x^2 - 2x$
 $B = 3x^6 - 4x^4 - 3x^3 + 4x$
 $C = 4x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 3x$

e) $A = x^4 + x^3 - x^2 - x$
 $B = 2x^3 + 2x^2 - 2x - 2$
 $C = 5x^3 - 5x^2 + 2x - 2$

f) $A = 2x^3 - x^2y + 2xy^2 + y^3$
 $B = 8x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - y^3$
 $C = 6x^2 - xy - y^2$