



MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLE

Máximo Común Divisor (MCD): El máximo común divisor de dos números $x, y \in \mathbb{N}$ es el mayor de los divisores comunes de x e y y se representa $MCD(x,y)$

Ejemplo: Halla el MCD (8 y 12)

$$D_8 = \{1; 2; 4; 8\}$$

$$D_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

Los divisores comunes de 8 y 12 son:

$$D_8 \cap D_{12} = \{1; 2; 4\}$$

Entonces el $MCD(8 \text{ y } 12) = 4$

Mínimo Común Múltiple (MCM): El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes distintos de cero.

Ejemplo:

Halla el M.C.M. de 8 y 12

$$M_{(8)} = \{0; 8; 16; 24; 32; 40; 48; 56, \dots\}$$

$$M_{(12)} = \{0; 12; 24; 36; 48; 60, \dots\}$$

$$M_{(8;12)} = M_{(8)} \cap M_{(12)} = \{0; 24; 48; \dots\}$$

El $MCM_{(8;12)} = 24$

I- Técnicas operativas para hallar el MCM y el MCD.

- Por descomposición en factores primos.
 - Se descomponen los números dados en factores primos.
 - El MCD es el producto de los factores comunes obtenidos, cada uno elevado a su menor exponente.
 - El MCM es el producto de todos los factores obtenidos, cada uno elevado a su mayor exponente.

Ejemplo:

Halla el MCD y el MCM de 84; 60 y 72.

$$\begin{array}{r|l}
 84 & 2 \\
 42 & 2 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \hline
 60 & 2 \\
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & \\
 \hline
 72 & 2 \\
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \\
 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\
 72 = 2^3 \times 3^2
 \end{array}$$

$$\text{MCD}_{(84,60,72)} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\text{MCM}_{(84,60,72)} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$$

Método abreviado

- Para hallar el MCD de dos o más números se escriben los factores primos comunes de los números dados. El MCD es el producto de los factores comunes obtenidos.
- Para hallar el MCM de dos o más números se factorizan los números dados en forma simultánea. El MCM es el producto.

Ejemplos:

Halla el MCD de 24; 120 y 90

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 4 & 2 \\
 60 & 3 \\
 20 & 3 \\
 15 & 3 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{MCD}_{(24,120,90)} = 2 \cdot 3 = 6$$

Halla el MCM de 12; 60 y 45

$$\begin{array}{r|l}
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 & 3 \\
 1 & 5 \\
 1 & 5 \\
 1 & 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{MCM}_{(12,60,45)} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Halla el MCD por el método abreviado de:

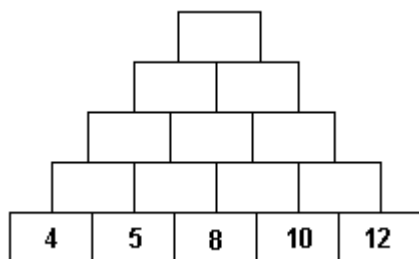
a) 42 72 |

b) 60 86 |

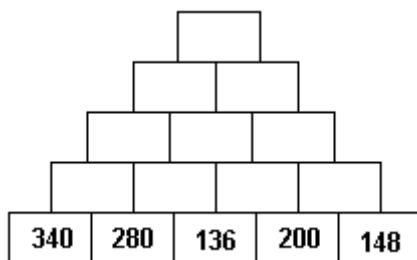
c) 20 30 50 |

d) 60 84 124 |

1. Llena los casilleros escribiendo en cada uno el MCM de los números de los dos casilleros que están debajo:



3. Llena los casilleros escribiendo en cada uno el MCD de los números de los dos casilleros que están debajo:



4. Halla el MCM por el método abreviado:

a) 600 1600 |

b) 48 72 |

c) 480 560 1240

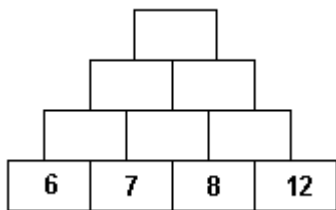
d) 120 340 540

- Una hoja de papel de 18 cm de largo y 24 cm de ancho se quiere dividir en cuadrados iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuántos cuadrados saldrán?
- ¿Cuál es la menor cantidad de dinero con la que se puede comprar prendas de S/30, S/20, S/35 o S/25 cada una sin que sobre o falte dinero?
- Hallar el menor número de chocolates necesarios para repartir entre tres aulas de 24 alumnos, 32 alumnos y 40 alumnos, de modo que cada alumno reciba un número exacto de chocolates.
- Un hacendado tiene extensiones de terreno de 3 675 m², otro de 2275 m² y el tercero de 1 575 m². Los quiere dividir en parcelas iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuánto medirá cada parcela?

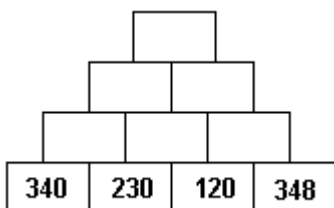
REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

- Determina el MCD y el MCM de los siguientes pares de números:
 - 24 y 36
 - 25 y 50
 - 6 y 14
 - 3 y 7
- Llena los casilleros escribiendo en cada uno el MCM de los números de los dos casilleros que están debajo.



3. Llena los casilleros escribiendo en cada uno el MCD de los números de los dos casilleros que están debajo.



4. ¿Cuál es la menor suma de dinero que se puede tener en billetes de S/10 de S/20 o de S/50 y cuántos billetes de cada denominación harían falta en cada caso?
5. Una hoja de papel de 24cm de largo y 36 cm de ancho se quiere dividir en cuadrados iguales del mayor tamaño posible. ¿Cuántos cuadrados saldrán?
6. Richard entrena fútbol cada 3 días; Mario cada 5 y Luís cada 8. Si se encontraron el 1 de abril ¿Qué fecha se encontrarán nuevamente? (considera el número de días que tiene cada mes)
7. Las edades de un padre y su hijo están entre 35 y 73. Si cada edad es múltiplo de 9 y 12 ¿Qué edad tienen?
8. ¿Cuál es el mayor número de madres entre las cuales se puede repartir 240 kilogramos de azúcar, 480 tarros de leche y 600 kilogramos de arroz para que cada una reciba igual cantidad de cada uno de los productos?
9. ¿Cuál es el mayor número de niños entre los que se puede repartir simultáneamente 62 gaseosas y 96 galletas, de manera que sobren 2 gaseosas y 6 galletas destinadas para dos personas que los atienden?
10. La empresa Coca Cola desea repartir a los hijos de los trabajadores 180 cuadernos, 240 lapiceros y 300 polos. Si hay 65 niños ¿Cuánto faltará de cada bien para que cada niño reciba un número mayor y exacto de cuadernos, lapiceros y polos?