



MATRICES I

LA MATRIZ

Es todo arreglo rectangular de elementos del conjunto R o C en filas y columnas. Por ejemplo:

$$\begin{array}{cccc|l} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & \longrightarrow \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & \longrightarrow \text{FILAS (2)} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ & \text{COLUMNAS (4)} & & & \end{array}$$

Matriz rectangular 2 x 4

$$\begin{array}{ccc|l} a_1 & b_1 & c_1 & \longrightarrow \text{F} \\ a_2 & b_2 & c_2 & \longrightarrow \text{I} \\ a_3 & b_3 & c_3 & \longrightarrow \text{L} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \longrightarrow \text{A} \\ & \text{COLUMNAS} & & \text{S} \\ & & \searrow & \text{Diagonal} \\ & & & \text{Principal} \end{array}$$

Matriz cuadrada 3 x 3

Identidad de Matrices

Dos matrices son idénticas o iguales si se verifica que:

- a) Tienen igual orden
- b) Sus elementos correspondientes son iguales.

Por ejemplo: verificar la igualdad en:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}_{3 \times 2} \quad \text{y} \quad B = \begin{vmatrix} \sqrt{4} & 2^2 \\ 5 & 6 \\ 3^2 & \frac{15}{5} \end{vmatrix}_{3 \times 2}$$

- a) Poseen igual orden 3 x 2
- b) Los elementos correspondientes son iguales.

Clases de Matrices

1. Matriz cuadrada

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}_{2 \times 2} \quad B = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \dots \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots \\ a_3 & b_3 & c_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & \dots \end{vmatrix}_{n \times n}$$

2. Matriz nula

$$A = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad C = |0000|$$

3. Matriz diagonal

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} \quad y \quad B = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{5} & 0 \\ 0 & 0 & 3,6 \end{vmatrix}$$

4. Matriz escalar

$$A = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} -8 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} \end{vmatrix}$$

5. Matriz identidad

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

6. Matriz fila o vector fila

$$A = |2 \ 3|_{1 \times 2} \quad B = |5 \ 6 \ -7 \ 10|_{1 \times 4}$$

7. Matriz columna o vector columna

$$A = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}_{2 \times 1} \quad B = \begin{vmatrix} 5 \\ 6 \\ -7 \\ 10 \end{vmatrix}_{4 \times 1}$$

8. Matriz triangular superior

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}_{2 \times 2} \quad B = \begin{vmatrix} 2 & -1 & \sqrt{3} \\ 0 & 8 & -11 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}_{3 \times 3} \quad C = \begin{vmatrix} 7 & 10 & -2 & 1 \\ 0 & 13 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 21 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{vmatrix}$$

9. Matriz triangular inferior

$$A = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 17 & 0 & 0 \\ 2 & \sqrt{6} & 4 & 0 \\ 16 & 1 & 23 & -2 \end{vmatrix} \quad C = \begin{vmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 8 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

10. Transpuesta de una matriz (A^t)

$$A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 COLUMNAS

11. Matriz Simétrica

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 11 & 29 \\ 11 & 7 & 48 \\ 29 & 48 & 10 \end{vmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{vmatrix} 3 & 11 & 29 \\ 11 & 7 & 48 \\ 29 & 48 & 10 \end{vmatrix}$$

$$A = A^t \Rightarrow A \text{ es simétrica}$$

12. Matriz Antisimétrica

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 0 & -13 & -17 \\ 13 & 0 & -21 \\ 17 & 21 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A^t = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} \quad B^t = \begin{vmatrix} 0 & 13 & 17 \\ -13 & 0 & 21 \\ -17 & -21 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A = -A^t$$

$$B = -B^t$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Las matrices:

$$\begin{vmatrix} x-1 & z+3 \\ y & 2w-1 \end{vmatrix} \quad y \quad \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$$

Son iguales. Halle el valor de "xyz"

Resolución:

Rpta: $xyz = 0$

2. ¿Cuál es el orden de la matriz cuadrada?

$$M_{(15-a) \times (19-2a)}$$

Resolución:

Rpta: La matriz M es de orden 11 x 11

3. Halle el valor de: $(2x - y) + (2z - w)$ si las matrices:

$$\begin{vmatrix} 2x + y & 2z + w \\ x - 2y & z - 2w \end{vmatrix} = y \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Son iguales.

Resolución:

Rpta: $\frac{23}{5}$

4. Calcular $a + b + c$; sabiendo que M es matriz identidad:

$$M = \begin{vmatrix} \frac{2a}{5} - 15 & 20 - b & 40 - a \\ \frac{a}{2} - b & \frac{3b}{5} - 11 & \frac{c}{4} - 11 \\ \frac{a}{10} - \frac{b}{5} & \frac{a}{40} - 1 & \frac{4c}{11} - 15 \end{vmatrix}$$

Resolución:

Rpta: 104

5. Hallar la transpuesta de:

$$K = \begin{vmatrix} -12 & 1 & 1,5 & 14 \\ 8 & 9 & 6 & 31 \\ 5 & -2 & 0 & 16 \\ \sqrt{3} & 3 & -4 & 98 \end{vmatrix}$$

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Las matrices:

$$\begin{vmatrix} a - 1 & c + 3 \\ b & 2d - 1 \end{vmatrix} = y \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$$

son iguales. Halle el valor de " $a + b + c + d$ "

a) 1 b) 7 c) 0 d) 3 e) N.A.

2. Halle: " $x + y + z + w$ ", si las matrices son iguales:

$$\begin{vmatrix} 2x + y & 2z + w \\ x - 2y & z - 2w \end{vmatrix} = y \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

a) $\frac{23}{5}$ b) $\frac{25}{3}$ c) $\frac{27}{5}$
d) $\frac{28}{5}$ e) N.A.

Escribir un ejemplo de una matriz de orden 3 x 3 que sea:

3. Triangular superior
4. Escalar
5. Simétrica
6. Antisimétrica
7. Fila de orden 1 x 5
8. Columna de orden 4 x 1
9. Identidad de orden 3
10. Matriz diagonal
11. Matriz nula

12. Halle el menor valor de $\left(\frac{x-y}{2z}\right)$ si las matrices $\begin{vmatrix} x^3-7x & z^2-z \\ x+y^2 & 1 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} -6 & 12 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$ son iguales:

- a) $-\frac{+3+2\sqrt{2}}{8}$
- b) $\frac{-2+3\sqrt{2}}{8}$
- c) $\frac{-3-2\sqrt{2}}{8}$
- d) $\frac{3+2\sqrt{2}}{8}$
- e) $\frac{2+3\sqrt{2}}{8}$

13. La transpuesta de la matriz:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \end{vmatrix}; \text{ es:}$$

- a) $\begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -7 & -2 \end{vmatrix}$
- b) $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$
- c) $\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ -2 & -7 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$
- d) $\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$
- e) $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

14. Hallar la transpuesta de la matriz:

$$A = \begin{vmatrix} -10 & 1 & 2 \\ 1 & \sqrt{2} & -3 \\ 2 & -3 & \pi \end{vmatrix}$$

Luego se deduce que A es matriz:

- a) Triangular
- b) Identidad
- c) Diagonal
- d) Antisimétrica
- e) Simétrica