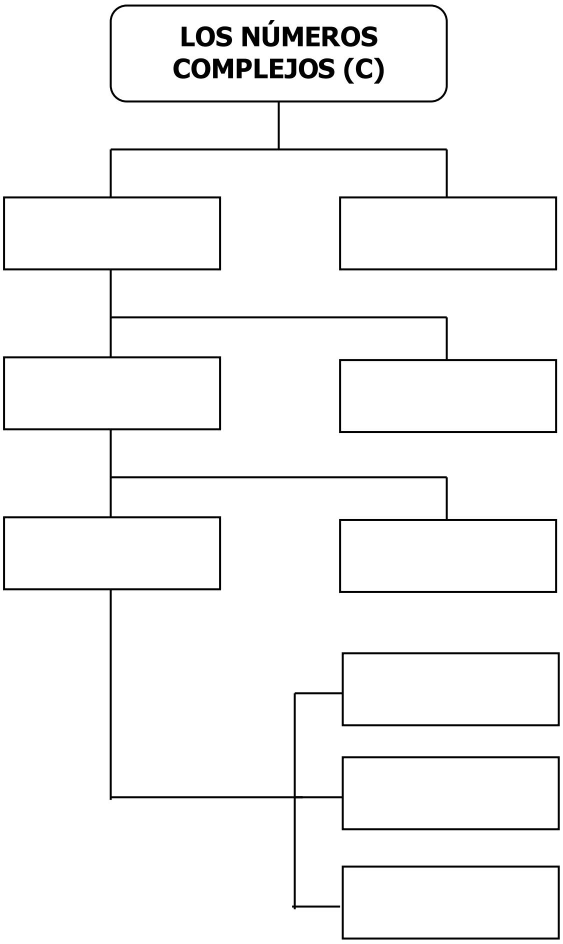
LOS NÚMEROS COMPLEJOS I

Número complejo
Gráficamente tenemos:



Definición: Es el conjunto de elementos de la forma $z = a + bi = (a\ ;\ b)$ donde a y b $\in$ R sabiendo que $i^2 = -1$

$C = \{a + bi = (a;b) /\ a \wedge b \in R;\ i^2 = -1\}$

Propiedades del sistema

Existen dos operaciones regidas por las propiedades siguientes:

I. De clausura de la adición en C

$a \in C \wedge b \in C \Rightarrow a + b \in C$

II. Conmutativa de la adición en C

$a \in C \wedge b \in C \Rightarrow a + b = b + a$

III. Asociativa de la adición en C

$a ; b\ \ y\ c \in C$

$\Rightarrow a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$

IV. Modulativa de la adición en C

Existe el complejo O = (0;0) tal que para todo $z \in C$: $z + 0 = 0 + z = z$

V. Invertiva de la adición en C

Si : $z = (a;b)$ entonces existe $z^* =$ $(-a;-b)$ tal que $z + z^* = (0;0) = 0$

VI. De clausura de la multiplicación en C

$a \in C \wedge b \in C \Rightarrow a \times b \in C$

VII. Conmutativa de la multiplicación

$a \in C \wedge b \in C \Rightarrow a \times b = b \times a$

VIII. Asociativa de la multiplicación en C

$a ; b\ \ y\ c \in C$

$\Rightarrow a \times b \times c = (a \times b)\, c = a\, (b \times c)$

IX. Modulativa de la multiplicación en C

Existe el complejo (0 ; 1); tal que $z \times 1 = z$; para todo $z \in C$

X. Invertiva de la multiplicación en C

Si $z \in C$; $z \neq (0;0)$ existe otro número complejo denotado por Z^{-1}; tal que $Z \cdot Z^{-1} = 1$

XI. Distributiva del producto respecto a la suma

Si: a ,b y c $\in C$

$\Rightarrow a\,(b + c) = ab + ac$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Escribe 10 ejemplos de números complejos:

   a) $(9; \sqrt{3}) = 9 + \sqrt{3}\,i$

   b) $(-2; \frac{1}{5}) = -2 + \frac{1}{5}\,i$

   c)

   d)

   e)

   f)

   g)

   h)

   i)

   j)

2. Sea el complejo Z = a + bi determinar los valores de a y b, cuando:

   (a) Z es un real puro
   (b) Z es imaginario puro
   (c) Z es nulo

3. Escriba las conjugadas de:

   a) $Z = a + bi$ entonces $\overline{Z} =$

   b) $Z_1 = -8 + 3i$ entonces $Z_1 =$

   c) $Z_2 = \sqrt{5} - 8i$ entonces $\overline{Z_2} =$

   d) $Z_3 = \frac{1}{3} + 5i$ entonces $\overline{Z_3} =$

   e) $Z_4 = -4 + \sqrt{6}\, i$ entonces $\overline{Z_4} =$

4. Escriba los complejos opuestos de:

   a) $Z = a + bi$ entonces $-Z =$

   b) $Z_1 = 9 + 4i$ entonces $-Z_1 =$

   c) $Z_2 = 7 - 3i$ entonces $-Z_2 =$

   d) $Z_3 = \sqrt{2} + 7i$ entonces $-Z_3 =$

   e) $Z_4 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\, i$ entonces $-Z_4 =$

5. Representar gráficamente los números complejos siguientes:

   a) $Z_1 = 4 + 3i = (4;3)$

   b) $Z_2 = -3 + 2i = (-3;2)$

   c) $Z_3 = -5 - 6i = (-5;-6)$

   d) $Z_4 = 6 - i = (6;-1)$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

6. Representar gráficamente los números complejos siguientes:

   a) $Z_1 = 4 = (4;0)$

   b) $Z_2 = 5i = (0;5)$

   c) $Z_3 = -7 = (-7;0)$

   d) $Z_4 = -6i = (0;-6)$

2. ¿Cuál de las siguientes expresiones son complejas?

   a) $\{0;5\}$ b) $(\sqrt{2};3)$ c) $\{(5;2)\}$
   d) $[2;15]$ e) Todas

3. ¿Cuál no es un número complejo?

   a) $\{2;\ \sqrt{2}\}$ b)(3;2) c) (1;0)
   d) (0 , 1) e) Todas

4. El valor de i^2 es:

   a) 0 b) 1 c) -1 d) -2 e) -3

5. El valor de i^3 es:

   a) 1 b) i c) i^2 d) $-i^2$ e) $-i^3$

6. El valor de i^4 es:

   a) 1 b) 0 c) -1
   d) $-i^2$ e) $-i^4$

7. La conjugada de (9;5) es:

   a) 5 + 9i b) 9 + 5i c) 5 – 9i
   d) 9 - 5i e) -9 – 5i

8. La conjugada de (-6;8) es:

   a) 8 + 6i b) -6 - 8i c) 6 - 8i
   d) 6 + 8i e) 8 - 6i

9. El opuesto de (-12;2) es:

   a) –2 + 12i b) -2 - 12i c) -12 + 2i
   d) 12 – 2i e) –12 – 2i

10. El opuesto de (13; -10) es:

    a) –13 + 10i b) 13 + 10i c) -10 + 13i
    d) 10 – 13i e) –13 – 10i

11. El mayor número complejo en:
    3i ; 2i ; $\sqrt{3}$i; -5i ; es:
    a) 3i
    b) -5i
    c) Son iguales
    d) No existe relación de orden
    e) Los positivos son mayores.