



LAS PROBABILIDADES

Las probabilidades la relacionamos con los juegos de azar, las corridas de caballos, la polla en el fútbol, las carreras de autos, etc. Lo que sucede es que las probabilidades nacieron en el juego. Durante el renacimiento en el siglo XVI, Luca Pacioli, Jerónimo Cardano y Nicolo Tartaglia, fueron los primeros matemáticos quienes tuvieron consideraciones formales a raíz de los juegos de azar y la s apuestas.

En 1654, el matemático francés Blaise pascal hacía un viaje acompañando a El Caballero de Meré (un jugador semi- profesional en las apuestas) quien le propuso un problema a Pascal:

“Dos jugadores, Antonio y Bernardo, ponen sobre la mesa 10 000 monedas de la misma denominación cada uno. Un árbitro va a tirar un dado varias veces seguidas. Cada jugador elegirá un número entre el 1 y el 6. Antonio elige el 5 y Bernardo el 3. Se llevará las 20 000 monedas aquel cuyo número salga primero 3 veces. Resulta que luego de unas cuantas tiradas el 5 a salido 2 veces y el 3 solo una. En eso Bernardo recibe un mensaje que debe abandonar el juego”

¿Cómo repartir de modo justo y equitativo las 20 000 monedas de la misma denominación?

Pascal después de compartir opiniones con su matemático amigo Fermat y otros dieron con la misma solución al problema: La Teoría de las Probabilidades había nacido.

Partiremos de lo siguiente:

EJEMPLO 1

Enrique piensa: “si gasto mi dinero para comprar una rifa tengo alguna posibilidad para triplicar el dinero que tengo, en cambio, si no gasto nada tengo la seguridad de no perder mi dinero”.

¿Cuántos sucesos puedes identificar?

- Algunos sucesos o fenómenos se pueden predecir con certeza, otros no, pero sí se pueden establecer las posibilidades de cada resultado, a partir del estudio de su probabilidad.

EJEMPLO 2

Tenemos los siguientes casos:

- Esteban presenta dolor de cabeza, fiebre y nariz congestionada; **es probable que tenga bronquitis.**
- Sino estudio lo necesario, **es probable que salga desaprobado.**
- El cielo está nublado, **es probable que llueva.**
- el automóvil está estacionado en una zona restringida, **es posible que nos multen.**

NOCIONES BÁSICAS

EXPERIMENTO ALEATORIO (ϵ)

Consiste en la ejecución de un acto o prueba una o más veces, cuyo resultado en cada prueba depende del azar y, en consecuencia, no se puede predecir con certeza.

EJEMPLO 2

Veamos los siguientes experimentos aleatorios

- ϵ_1 = lanzar un dado y observar su resultado.
- ϵ_2 = lanzar una moneda 3 veces y anotar su resultado.

ESPACIO MUESTRAL (Ω)

Es el conjunto formado por todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

EJEMPLO 2

Veamos el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios

- ε_1 = lanzar un dado y observar su resultado.
- $\Omega_1 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
- ε_2 = lanzar una moneda 3 veces y anotar su resultado.
- $\Omega_2 = \{ccc; ccs; csc; css; scc; scs; ssc; sss\}$

SUCESO O EVENTO (A)

Es un subconjunto de un espacio muestral, podemos distinguir los siguientes tipos:

- **El evento imposible (ϕ):**

Es aquel evento que no tiene puntos muestrales

- **Los eventos unitarios o elementales:**

Contienen un solo punto muestral.

- **Los eventos compuestos:**

Consisten en dos o más eventos.

- **El evento seguro:**

Es aquel subconjunto que contiene todos los eventos elementales.

EJEMPLO 3

Veamos el siguiente evento

- ε = lanzar una moneda tres veces y anotar su resultado.
- $\Omega = \{ccc; ccs; csc; css; scc; scs; ssc; sss\}$
- $A_1 = \{ \}$
- $A_2 = \{ccc\}$
- $A_3 = \{ccc; csc\}$
- Así sucesivamente.

PROBABILIDAD

Es la posibilidad de que algo pase

- Esteban presenta dolor de cabeza, fiebre y nariz congestionada; ***es probable que tenga bronquitis.***
- Sino estudio lo necesario, ***es probable que salga desaprobado.***
- El cielo está nublado, ***es probable que llueva.***

PROBABILIDAD

Es la posibilidad de que algo pase

EJEMPLO 4

Partiremos de los siguientes fenómenos casuales (experimentos aleatorios)

- Se realiza una rifa en el colegio todos queremos ganar el premio mayor pero solo uno saldrá sorteado como ganador ¿quién será el suertudo?. Nadie sabe.
- Dos amigos escogen entre dos películas para ver, la decisión se tomará tirando una moneda al aire escogiendo entre cara y sello.
- En el aula se elegirá a la delegada para el presente año escolar, hay 5 candidatas propuestas ¿a quién elegiremos este año?
- ***Con el cine el lanzamiento de las monedas decidirá la elección de cualquiera de las dos películas, en la rifa todos tenemos las mismas posibilidades de ganar siempre y cuanto tengamos nuestro boleto y a más boletos adquiridos hay más posibilidades. Con las candidatas a ser la***

delegada del aula todas tienen las mismas posibilidades. Entonces los resultados de un suceso con iguales posibilidades de ocurrir se dice entonces que son IGUALMENTE PROBABLES.

PROBABILIDAD CLÁSICA

Tenemos un experimento aleatorio ϵ , un suceso A puede ocurrir de m formas de entre n resultados igualmente posibles de un espacio muestral S , la **probabilidad a priori** de dicho suceso A está determinada por:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m : número de casos favorables del evento
 n : número total de casos posibles a ocu
 $0 \leq P(A) \leq 1$

EJEMPLO 5

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3 al lanzar un dado no cargado?

- ϵ = lanzar un dado y obtener un número mayor que 3
- $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, entonces $n = 6$
- $A = \{4; 5; 6\}$, entonces $m = 3$
- Como es un dado no cargado todos las caras tienen las mismas posibilidades
- Finalmente:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

- La posibilidad de obtener un número mayor que 3 es un medio.

- Para tener en cuenta:

Si un suceso no puede ocurrir, su posibilidad es igual a 0.

Si va a ocurrir con toda certeza, su probabilidad es 1.

PROBABILIDAD Y FRECUENCIA

Si realizamos un experimento un gran número de veces y contamos las veces que ocurrió el proceso A (**frecuencia relativa**), entonces la probabilidad de dicho suceso se estima de la siguiente forma:

$$P(A) = \frac{\text{nº de veces que ocurrió } A}{\text{nº de veces que se repite el experimento}}$$

EJEMPLO 6

¿Cuál es la probabilidad que un discman se malogre durante los primeros 2 años de uso?

- Sólo hay dos resultados: *que se descomponga o que no se descomponga.*
- Las posibilidades son desiguales puesto que cuanto más nuevo es el discman, es menor la posibilidad de que se malogre.
- Si sobre 3 000 dueños de discman de una determinada marca solo 278 reportaron algún tipo de desperfecto durante los 2 primeros años de uso, calcularemos la probabilidad que se malogre un discman:

$$P(A) = \frac{278}{3\,000} = 0,093 \cong 0,1$$

- La frecuencia relativa es 0,093 aproximadamente 0,1 es decir las posibilidad de que se malogre es aproximadamente de 1 de cada 10 discman.

- Para tener en cuenta:

Con la frecuencia relativa tenemos una aproximación de la probabilidad.

Si aumenta el número total de observaciones, se tiende a la probabilidad real.

A esto se le llama **PROBABILIDAD APOSTERIORI** ya que repitiendo el mismo experimento una cantidad elevada de veces podemos saber cual es la probabilidad de cada suceso.

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Escribe con tus palabras que es un experimento aleatorio. Escriba ejemplo

.....

¿Cómo definirías los siguientes eventos si el experimento aleatorio es lanzar cuatro monedas simultáneamente?

2. A₁: “todas las monedas salen del mismo lado”

.....

3. A₂: “salen por lo menos dos caras”

.....

4. A₃: “sale sello en el tercer lanzamiento”

.....

5 A₄: “salen dos sellos y dos caras”

.....

6. Considera el ejercicio 2 y sea el evento “el número de caras es mayor que 2”, entonces ¿cuáles son los pares que suceden para dicho evento?

7. Construye el espacio muestral para los siguientes experimentos aleatorios:

- Elegir una carta de una baraja de 52 cartas.
- Verificar el estado de dos transistores (apagados o prendidos).
- Lanzar 5 monedas y observar el número de caras.
- Se pregunta a una persona por el mes de su nacimiento
- Lanzar un dado y observar el resultado

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Escribe ejemplos de experimentos aleatorios y su respectivo espacio muestral.

2. ¿Cómo definirías los siguientes eventos si el experimento aleatorio es lanzar cuatro monedas simultáneamente?

A₁: “todas las monedas salen del mismo lado”

A₂: “salen por lo menos tres caras”

A₃: “sale cara en el tercer lanzamiento”

3. Considera el ejercicio anterior. Sea el evento: “el número de caras es mayor que 1”, entonces ¿cuáles son los pares que suceden para dicho evento?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) NA

Construye el espacio muestral para los siguientes experimentos aleatorios

Elegir dos cartas de una baraja de 52 cartas.

Verificar el estado de dos transistores (apagados o prendidos)

Lanzar 5 monedas y observar el número de caras.

Se pregunta a una persona por el mes de su nacimiento

Lanzar un dado y observar el resultado.

Si el experimento aleatorio es tirar un dado, ¿cómo definirías los siguientes eventos?

9. A: “sale un numero par”

10. B: “sale un numero múltiplo de 7”

11. C: “sale un numero mayor que seis”

12. Dos personas A y B se distribuyen al azar en tres oficinas numeradas 1; 2 y 3. Si las dos personas pueden estar en la misma oficina, describe el espacio muestral adecuado para las posibilidades.

De las siguientes parejas de eventos, ¿Cuáles serían iguales?

13. Consideremos el experimento de lanzar una moneda:

a.- A1 sacar cara

A2 no sacar sello.

b.- B1 sacar dos caras en cinco lanzamientos

B2 sacar por lo menos tres sellos en cinco lanzamientos

14. Consideremos el experimento tirar dos dados:

c- A1 sacar menos de 3

A2 sacar más de 2

d. B1 sacar por lo menos 4

B2 sacar más de 3