



LAS PROBABILIDADES

Las probabilidades la relacionamos con los juegos de azar, las corridas de caballos, la polla en el fútbol, las carreras de autos, etc. Lo que sucede es que las probabilidades nacieron en el juego. Durante el renacimiento en el siglo XVI, Luca Pacioli, Jerónimo Cardano y Nicolo Tartaglia, fueron los primeros matemáticos quienes tuvieron consideraciones formales a raíz de los juegos de azar y la apuestas.

En 1654, el matemático francés Blaise pascal hacía un viaje acompañando a El Caballero de Meré (un jugador semi- profesional en las apuestas) quien le propuso un problema a Pascal:

“Dos jugadores, Antonio y Bernardo, ponen sobre la mesa 10 000 monedas de la misma denominación cada uno. Un árbitro va a tirar un dado varias veces seguidas. Cada jugador elegirá un número entre el 1 y el 6. Antonio elige el 5 y Bernardo el 3. Se llevará las 20 000 monedas aquel cuyo número salga primero 3 veces. Resulta que luego de unas cuantas tiradas el 5 a salido 2 veces y el 3 solo una. En eso Bernardo recibe un mensaje que debe abandonar el juego”

¿Cómo repartir de modo justo y equitativo las 20 000 monedas de la misma denominación?

Pascal después de compartir opiniones con su matemático amigo Fermat y otros dieron con la misma solución al problema: La Teoría de las Probabilidades había nacido.

Partiremos de lo siguiente:

EJEMPLO 1

Enrique piensa: “si gasto mi dinero para comprar una rifa tengo alguna posibilidad para quintuplicar el dinero que tengo, en cambio, si no gasto nada tengo la seguridad de no perder mi dinero”. ¿Cuántos sucesos puedes identificar?

- Algunos sucesos o fenómenos se pueden predecir con certeza, otros no, pero sí se pueden establecer las posibilidades de cada resultado, a partir del estudio de su probabilidad.

EJEMPLO 2

Tenemos los siguientes casos:

- No pagamos el recibo del teléfono, *probablemente nos corten la línea.*
- Sarita presenta dolor de cabeza, fiebre y nariz congestionada; *es probable que tenga bronquitis.*
- Sino estudio lo necesario, *es probable que salga desaprobado.*
- El cielo está despejado, *es probable que brille el sol con su esplendor.*

NOCIONES BÁSICAS

EXPERIMENTO ALEATORIO (ϵ)

Consiste en la ejecución de un acto o prueba una o más veces, cuyo resultado en cada prueba depende del azar y, en consecuencia, no se puede predecir con certeza.

EJEMPLO 3

Veamos los siguientes experimentos aleatorios

- ϵ_1 = lanzar un dado y observar su resultado.
- ϵ_2 = lanzar una moneda 3 veces y anotar su resultado.

ESPACIO MUESTRAL (Ω)

Es el conjunto formado por todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

EJEMPLO 4

Veamos el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios

- ϵ_1 = lanzar un dado y observar su resultado.
- Ω_1 = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
- ϵ_2 = lanzar una moneda 3 veces y anotar su resultado.
- Ω_2 = {ccc; ccS; cSc; cSS; scc; sCs; sSc; sSS}

SUCESO O EVENTO (A)

Es un subconjunto de un espacio muestral, podemos distinguir los siguientes tipos:

- **El evento imposible (ϕ):**

Es aquel evento que no tiene puntos muestrales

- **Los eventos unitarios o elementales:**

Contienen un solo punto muestral.

- **Los eventos compuestos:**

Consisten en dos o más eventos.

- **El evento seguro:**

Es aquel subconjunto que contiene todos los eventos elementales.

EJEMPLO 5

Veamos el siguiente evento

- $\mathcal{E}$ = lanzar una moneda tres veces y anotar su resultado.
- $\Omega = \{ccc; ccsc; csc; css; scc; scs; ssc; sss\}$
- $A_1 = \{ \}$
- $A_2 = \{ccc\}$
- $A_3 = \{ccc; csc\}$
- Así sucesivamente.

PROBABILIDAD

Es la posibilidad de que algo pase

- Esteban presenta dolor de cabeza, fiebre y nariz congestionada; *es probable que tenga bronquitis.*
- Sino estudio lo necesario, *es probable que salga desaprobado.*
- El cielo está nublado, *es probable que llueva.*

PROBABILIDAD

Es la posibilidad de que algo pase

EJEMPLO 6

Partiremos de los siguientes fenómenos casuales (experimentos aleatorios)

- Se realiza una rifa en el colegio todos queremos ganar el premio mayor pero solo uno saldrá sorteado como ganador ¿quién será el suertudo?. Nadie sabe.
- *En la rifa todos tenemos las mismas posibilidades de ganar siempre y cuanto tengamos nuestro boleto y a más boletos adquiridos hay más posibilidades.*
- En el aula se elegirá a la delegada para el presente año escolar, hay 5 candidatas propuestas ¿a quién elegiremos este año?
- *Con las candidatas a ser la delegada del aula todas tienen las mismas posibilidades. Entonces los resultados de un suceso con iguales posibilidades de ocurrir se dice entonces que son IGUALMENTE PROBABLES.*

PROBABILIDAD CLÁSICA

Tenemos un experimento aleatorio $\mathcal{E}$, un suceso A puede ocurrir de m formas de entre n resultados igualmente posibles de un espacio muestral S , la *probabilidad a priori* de dicho suceso A está determinada por:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m : número de casos favorables
 del evento
 n : número total de casos posibles a ocu

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

EJEMPLO 7

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 4 al lanzar un dado no cargado?

- $\mathcal{E}$ = lanzar un dado y obtener un número mayor que 3
- $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, entonces $n = 6$
- $A = \{1; 2; 3\}$, entonces $m = 3$ números
- Como es un dado no cargado todos las caras tienen las mismas posibilidades

- Finalmente:

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

- La posibilidad de obtener un número mayor que 3 es un medio.

- **Para tener en cuenta:**

Si un suceso no puede ocurrir, su posibilidad es igual a 0.

Si va a ocurrir con toda certeza, su probabilidad es 1.

PROBABILIDAD Y FRECUENCIA

Si realizamos un experimento un gran número de veces y contamos las veces que ocurrió el proceso A (**frecuencia relativa**), entonces la probabilidad de dicho suceso se estima de la siguiente forma:

$$P(A) = \frac{\text{nº de veces que ocurrió A}}{\text{nº de veces que se repite el experimento}}$$

EJEMPLO 8

¿Cuál es la probabilidad que un Televisor se malogre durante los primeros 2 años de uso?

- Sólo hay dos resultados: *que se descomponga o que no se descomponga.*
- Las posibilidades son desiguales puesto que cuanto más nuevo es la tele, es menor la posibilidad de que se malogre.
- Si sobre 4000 dueños de televisores de una determinada marca solo 326 reportaron algún tipo de desperfecto durante los 2 primeros años de uso, calcularemos la probabilidad que se malogre un discman:

$$P(A) = \frac{326}{4000} = 0,082 \cong 0,1$$

- La frecuencia relativa es 0,082 aproximadamente 0,1 es decir las posibilidad de que se malogre es aproximadamente de 8 de cada 100 televisores.

- **Para tener en cuenta:**

Con la frecuencia relativa tenemos una aproximación de la probabilidad.

Si aumenta el número total de observaciones, se tiende a la probabilidad real.

*A esto se le llama **PROBABILIDAD APOSTERIORI** ya que repitiendo el mismo experimento una cantidad elevada de veces podemos saber cual es la probabilidad de cada suceso.*

CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS

1. Se lanza un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un puntaje par?
(a) 1/3 (b) 1/6 (c) 4/5 (d) 1/2 (e) NA
2. ¿Cuál es la probabilidad de lanzar dos monedas y obtener cara?
(a) 1/3 (b) 5/6 (c) 1/5 (d) 1/4 (e) NA
3. Se lanzan dos dados de colores diferentes ¿Cuál es la posibilidad de obtener 7 puntos en total?
(a) 2/18 (b) 1/4 (c) 1/6 (d) 3/7 (e) NA
4. Calcular la probabilidad de obtener al menos un sello en el lanzamiento de 3 monedas
(a) 1/8 (b) 1/4 (c) 3/8 (d) 7/8 (e) 5/8
5. Las probabilidades de Estefany y Renzo de resolver el mismo problema de aritmética son 1/3 y 2/5 respectivamente. Si ambos intentan hacerlo, señale la probabilidad de que el problema sea resuelto
(a) 3/4 (b) 2/5 (c) 3/5 (d) 1/4 (e) 11/15
6. Se han vendido 100 boletos de una rifa numerados del 001 al 100. Si el número ganador ha resulta impar ¿Cuál es la probabilidad de que sea premiada una persona que ha comprado los números 030, 057, y 046?
(a) 3/20 (b) 3/100 (c) 1/50 (d) 1/25 (e) 1/20

REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Se lanza un dado ¿Cuál es la probabilidad de obtener un puntaje impar?
(a) $1/3$ (b) $1/6$ (c) $4/5$ (d) $1/2$ (e) $2/3$
2. ¿Cuál es la probabilidad de lanzar dos monedas y se obtenga en ambas sello?
(a) $2/3$ (b) $5/6$ (c) $1/5$ (d) $1/4$ (e) $\frac{1}{2}$
3. Se lanzan dos dados de colores diferentes ¿Cuál es la probabilidad de obtener 8 puntos en total?
(a) $2/3$ (b) $1/6$ (c) $4/5$ (d) $1/2$ (e) NA
4. Se lanzan dos dados de colores diferentes ¿Cuál es la probabilidad de obtener 5 puntos en total?
(a) $1/2$ (b) $5/6$ (c) $1/5$ (d) $1/4$ (e) NA
5. Una caja contiene 4 boletos premiados y 5 boletos con castigos ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer un boleto, este sea premiado?
(a) $4/9$ (b) $5/9$ (c) $6/9$ (d) $7/9$ (e) $8/9$
6. Una caja contiene 4 boletos premiados y 5 boletos con castigos ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos boletos, ambos con castigos?
(a) $5/18$ (b) $4/36$ (c) $7/18$ (d) $5/36$ (e) NA
7. Una caja contiene 4 boletos premiados y 5 boletos con castigos ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer cinco boletos, dos sean premiados y tres sean castigos?
(a) $10/21$ (b) $11/21$ (c) $12/21$ (d) $13/21$ (e) NA
8. Calcular la probabilidad de obtener al menos una cara en el lanzamiento de 3 monedas.
(a) $1/8$ (b) $1/4$ (c) $3/8$ (d) $7/8$ (e) $5/8$
9. Se lanza un dado y se sabe que el resultado es un número par ¿Cuál es la probabilidad de que éste número sea divisible por 3?
(a) $1/2$ (b) $1/3$ (c) $1/4$ (d) $1/5$ (e) $1/6$
10. Dos turistas encuentran tres hospedajes denominados A, B y C. Se alojan al azar pudiendo estar ambos turistas en un mismo hospedaje ¿Cuál es la probabilidad de que el hotel B no aloje a ninguno?
(a) $2/7$ (b) $4/7$ (c) $4/9$ (d) $1/3$ (e) $5/9$

