GEOMETRIA

LA RECTA

Utilidad de las representaciones gráficas lineales.

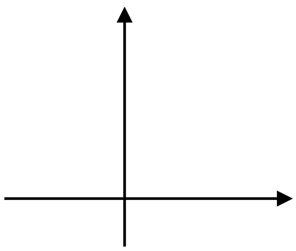
Con frecuencia nos encontramos con magnitudes entre las cuales existe una relación lineal cuya representación gráfica es una recta, y que a partir de la observación de esta se pueden proyectar nuevos resultados.
Un ejemplo muy conocido es la relación que existe entre el espacio "e" recorrido por un automóvil –con movimiento uniforme- y el tiempo "t" que tarda en recorrer dicho espacio. Si la velocidad del automóvil es de 45 kilómetros por hora, el espacio recorrido se expresa mediante la ecuación e = 45 . t , que tiene la forma de una ecuación lineal.
Si quisiéramos dibujar sobre un plano cartesiano esta relación, en el eje X iría el tiempo y en el eje Y el espacio. Así, obtendríamos la relación tiempo-espacio y su gráfica (una recta).
Prolongando la recta graficada, se puede fácilmente estimar el espacio recorrido en un tiempo dado; así, para t = 5 h, el espacio recorrido es 225 Km.

- Estima el espacio recorrido para t = 6 h, t = 8 h, y t = 10 h.
- Haz un listado de otras situaciones donde se observen relaciones lineales.

CONTENIDOS TEMÁTICOS

1. La Recta en el Plano Cartesiano

Elementos:
Dada la Recta $\overleftrightarrow{L}$.
(a;0) : Intersección con "x"
(0;b) : Intersección con "y"
a $\wedge$ b : Interceptos
α : Ángulo de Inclinación
$(x_0 ; y_0)$: Punto de paso



2. <u>Pendiente de una Recta: m</u>

Dada la recta $\overleftrightarrow{L}$ con su ángulo de inclinación "α" ; se denomina pendiente "L" al número "m"

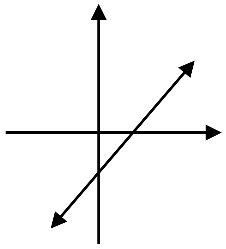
Observación:

a) Si α **es agudo**: $0 < \alpha < 90°$

$\Rightarrow$ m : (+)

Se calcula así

$\boxed{m = Tg\ \alpha}$

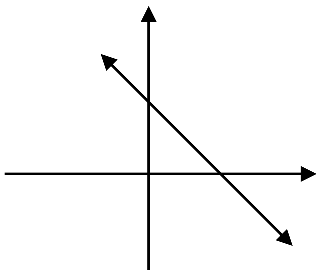


b) Si α **es obtuso**: $90° < \alpha < 180°$

$\Rightarrow$ m = (-)

Se calcula así:

$\boxed{m = -Tg\ (180^o - \alpha)}$



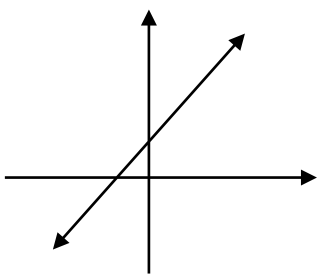
c) Si $\alpha^o = 0^o$ $\Rightarrow$ $\boxed{m\ = 0}$

d) Si $\alpha = 90°$ $\Rightarrow$ $\boxed{\text{m: no definida}}$

3. **Obtención de la Pendiente con dos puntos de paso.**

Dada la recta $\overleftrightarrow{L}$ que pasa por los puntos P$(x_1; y_1)$ y Q$(x_2; y_2)$. La pendiente "m" se calcula así:

$$\boxed{m = Tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$



4. **Ecuación de la Recta.**

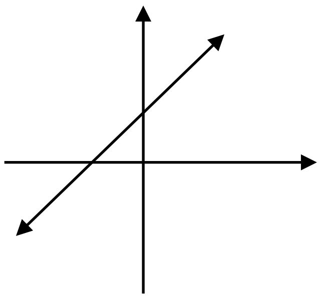
Es una relación algebraica que debe verificar tanto la abscisa como la ordenada de todo punto perteneciente a una recta. Para hallar esta relación, requiere de dos elementos necesarios y suficiente:

m = Tgα $\Rightarrow$ pendiente de la recta.

$P_0(x_0; y_0) \Rightarrow$ punto de paso

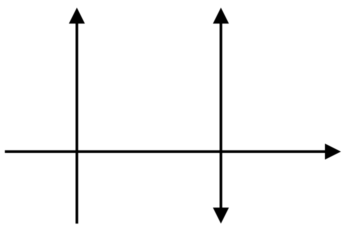
Luego P $\in$ L; se debe cumplir:

$\boxed{m = \dfrac{y - y_0}{x - x_0}} \rightarrow \boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$



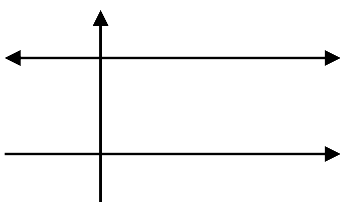
5. **Posiciones particulares de una Recta Vertical.**

<u>Recta Vertical</u>



$\boxed{\overleftrightarrow{L_1} : x = a}$

<u>Recta horizontal</u>



$\boxed{\overleftrightarrow{L_2} : y = b}$

PROPIEDADES

a) Dada la ecuación de una recta:
L : Ax + By + C = 0, su pendiente “m” se calcula así:

$$\boxed{m = -\frac{A}{B}}$$

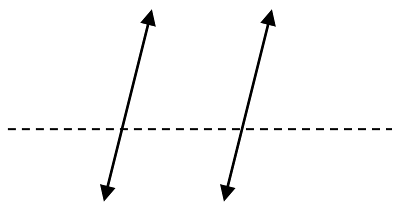
b) Si un punto P(;b) pertenece a una recta L de ecuación Ax + By + C = 0, entonces debe satisfacer la ecuación , es decir:
P(a;b) $\in$ L : Ax + By + C = 0

$$\boxed{Aa + Bb + C = 0}$$

c) **Rectas paralelas (//)**

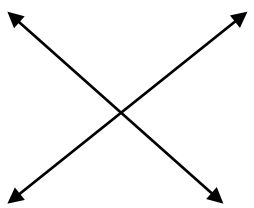
Si dos Rectas $\overleftrightarrow{L_1}$ y $\overleftrightarrow{L_2}$ son paralelas entonces sus pendientes son iguales.

$$\boxed{\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overleftrightarrow{L_2} \Rightarrow m_1 = m_2}$$



Rectas Perpendiculares ($\perp$)

$$\boxed{Si : \overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2} \Rightarrow m_1 . m_2 = -1}$$



EJEMPLOS

1. El punto (a;4) pertenece a la recta de ecuación $\overleftrightarrow{L}$: 2x – 3y – 6 = 0. Calcular el valor de “a”.

   Resolución:

   (a,4) $\in$ $\overleftrightarrow{L}$: 2x – 3y – 6 = 0
   2a – 3(4) – 6 = 0
   2a – 12 – 6 = 0
   2a = 18
   a = 9

2. Las rectas
   L_1 : 2x – 3y + 8 = 0 y
   L_2 : ax – 4y – 5 = 0
   Son paralelas, calcular el valor de "a"

   Resolución:

   L_1 :2x – 3y + 8 = 0 → m_1 = $\frac{-2}{-3}$ 2/3

   L_2 :ax – 4y - 5 = 0 → m_2 = $\frac{-a}{-4} = \frac{a}{4}$

   Como L_1 // L_2 → $M_1 = m_2$

   $\frac{2}{3} = \frac{a}{4}$ → a = 8/3 Rpta.

3. Si las rectas:
   L_1: 3x – 5y + 9 = 0 y
   L_2 : (2a+1)x – y + 7 = 0
   son perpendiculares, calcular el valor de "a"

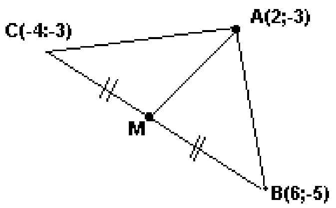
   Resolución:

   L_1: 3x – 5y + 9 = 0 → m_1 = -3/-5 = 3/5
   L_2: (2a+1)x–y+7 0 → m_2 = $\frac{-(2a+1)}{-1}$
   Como $L_1 \perp L_2$ → m_2 = 2a + 1
   $\frac{3}{5}$ (2a + 1) = -1

   $\frac{6a+3}{5} = -1$
   6a + 3 = -5

   6a = -8
   a = 8/6 = -4/3

4. Del triángulo mostrado calcule la ecuación de la mediana AM



Resolución:

$$\frac{ptoM\,(x_0 y_0)}{} : x_o = \frac{-4+6}{2} = 1$$

$y_0 = \dfrac{-3-5}{2} = -4$ M(1; -4)

Pendiente $\overleftrightarrow{AM}$

m = $\dfrac{-3-(-4)}{2-1} = \dfrac{1}{1} = 1$

$\overleftrightarrow{L}$ = y – (-3) = 1 (x - 2)
y + 3 = x – 2

$\overleftrightarrow{L}$: x + y – 5 = 0 Rpta

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Determina Si cada par de rectas son paralelas o perpendiculares entre sí.

   a) L_1: 2x + y - 8 = 0
      L_2 : x – 2y - 4 = 0
   b) L_1: x + 3y - 6 = 0
      L_2 : -2x – 6y + 10 = 0

   Resolución:

2. Relaciona cada ecuación con su respectiva pendiente.

   L_1: -3x - y + 5 = 0
   L_1: x - 3y + 12 = 0
   L_1: 21x - 7y - 3 = 0
   L_1: 5x - 15y + 2 = 0

   - m = 3
   - m = -3
   - m = 1/3

   Resolución:

3. Los vértices de un triángulo son A(2;5), B(3;7) y C(6;1). Determina la pendiente de la mediana relativa al lado BC.
   Resolución:

4. Determina la ecuación general de la recta, dados dos puntos: A(-3;5) y B(-1;8)
   Resolución:

5. Hallar la ecuación principal de la recta de pendiente 5, que pasa por el punto (0;-2)
   Resolución:

6. Hallar la intersección con el eje y de la recta que pasa por A(3;5) y B(-2;4)
   Resolución:

GEOMETRIA

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

   I. Si: $\overleftrightarrow{L_1}$: $3x - 4y + 6 = 0 \wedge$

   $\overleftrightarrow{L_2}$: $6x + 8y + 2y = 0$

   $\Rightarrow m_1 - m_2 = 0$ ……… (   )

   II. Si: $\overleftrightarrow{L_1}$: $2x + y + 3 = 0 \wedge$

   $\Rightarrow$ $\overleftrightarrow{L_1}$: $m_1 = -2$ ……… (   )

   III. Si: $\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overleftrightarrow{L_2} \Rightarrow m_1 - m_2 = 0$ (   )

   IV. Si: $\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2} \Rightarrow m_1 \,.\, m_2 = -1$ (   )

   a) FFFV b) FFVV c) FFFF
   d) VVVV e) VVFF

2. Halle la pendiente con los puntos A(-2;3) y B(7;-5)
   A) –8/9 B) 3/8 C) –9/8
   D) –1 E) –5/8

3. Halle la ecuación de la recta mediatriz del segmento cuyos extremos son J(3,4) y M(-2;5).
   A) $x - 5y - 22 = 0$
   B) $x - 5y - 23 = 0$
   C) $x + 5y - 23 = 0$
   D) $5x - y + 2 = 0$
   E) $x + 5y + 23 = 0$

4. Calcular la ecuación de la recta que pasa por los puntos J(5;3) y M(-2;7)
   A) $4x + 7y - 40 = 0$
   B) $4x + 7y - 41 = 0$
   C) $4x - 7y - 41 = 0$
   D) $4x + y - 4 = 0$
   E) $4x - 7y - 1 = 0$

5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por (-2;-5) y tienen una pendiente de $\sqrt{3}$
   A) $y - \sqrt{3}x + 5 - 2\sqrt{3} = 0$
   B) $y - x + 2\sqrt{3} = 0$
   C) $2y - \sqrt{3}x - 5\sqrt{3} = 0$
   D) $y - 2\sqrt{3}x + 5 - \sqrt{3} = 0$
   E) N.A.

6. Hallar la ecuación de la recta cuyas intercepciones son x = -8, y = 5.
   A) y – 5x + 40 = 0
   B) 8y – 5x - 40 = 0
   C) 7y – 4x - 60 = 0
   D) 7y – 5x - 40 = 0
   E) 5y – x + 40 = 0

7. Una recta pasa por el punto (2;-8) y es paralela al eje x. Su ecuación será:
   A) y = -6
   B) y = 6
   C) y 0 –8
   D) y = 10
   E) y = 5

8. ¿Cuál será la ecuación de una recta de pendiente –2 y la intercepción x es 4?
   A) y + 2x - 8 = 0
   B) y + x - 8 = 0
   C) y + 3x - 6 = 0
   D) y - x - 8 = 0
   E) y - 2x - 6 = 0

9.- Determinar los valores de “m” y “n” en la recta: (m + 2n – 3)x + (2m – n + 1)y + 6m + 9 = 0. Si es paralela al eje de abscisas, e intercepta al eje y en el punto (0;-3)

A) m = -5 ; n = 3
B) m = -4 ; n = 3
C) m = -5 ; n = 4
D) m = -3 ; n = 2
E) m = -5 ; n = 2

10.- Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta L_1 = 5x + 3y – 15 = 0

A) 3x – 5y + 8 = 0
B) x – 5y + 8 = 0
C) 3x – y + 8 = 0
D) x – 5y + 6= 0
E) x – 5y + 7= 0

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7