



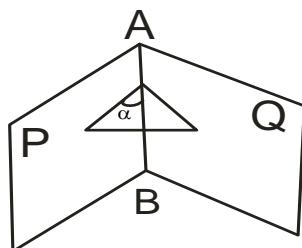
GEOMETRIA EN EL ESPACIO

Es la parte de la geometría, que estudia las relaciones y propiedades de las figuras tridimensionales.

Elementos Básicos :

ANGULO DIEDRO

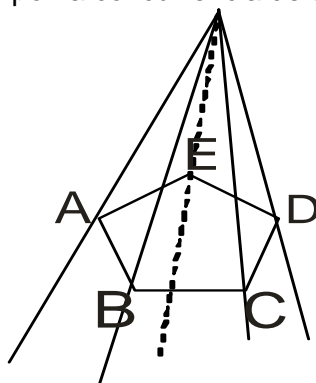
Se llama así el espacio comprendido entre dos semiplanos que parten de una misma recta.



- **P y Q** son semiplanos llamados **CARAS**.
- La intersección de **P y Q** es **AB** y se llama **ARISTA**.
- \angle diedro AB
- α : ángulo rectilíneo
= sección recta

ANGULO POLIEDRO

Es la porción del espacio limitado por la concurrencia de tres o más planos en un vértice.

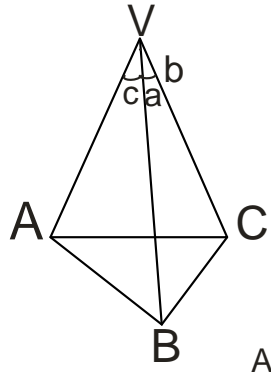


- AVB;BVC;..... : CARAS
- V : Vértice
- VA ; VB ; ; vértice
- \angle diedro = \angle entre Z caras consecutivas

ANGULO TRIEDRO

Es un ángulo de 3 caras. Se designan por su arista y su diedro.

Triedro : VABC



- AVB = c
- BVC = a
- AVC = b

Todo triedro tiene 3 caras y 3 ángulos diedros.

SUPERFICIE POLIÉDRICA

Es la superficie formada por “n” polígonos planos, tales que cada lado pertenezca a Z de ellos, las cuales deben estar en planos distintos.

Clasificación

- Por el número de caras

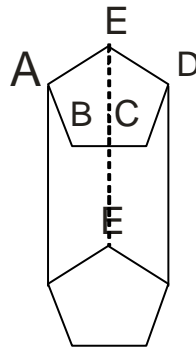
Tetraedros	4
Icosaedros	5
Hexaedros	6
Octaedros	8
Icosaedros	20
Dodecaedros	12

- Por la forma de sus caras

Poliedros regulares
Poliedros irregulares

PRISMA

Es un poliedro limitado por 2 polígonos iguales y paralelos llamados bases y por paralelogramos llamados caras.



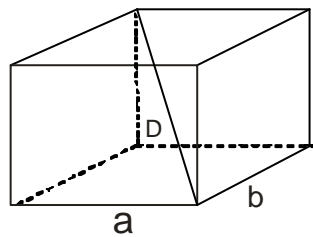
Bases **ABCDE** **Polígonos**
 ABCDE

Laterales : AA ; BB ; CC ;

Básicas : AB , BD ;

Altura : distancia entre sus bases

PARALELEPÍEDO RECTÁNGULO



$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

NOTA :

- Área total ; es la suma de todas la caras.
- Área lateral ; es la suma de las caras laterales.

NOTA :

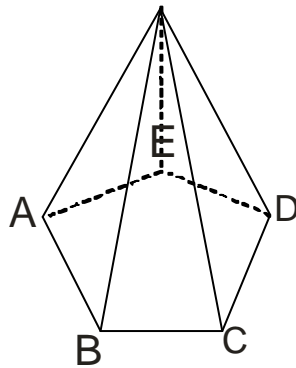
- o Superficies y volúmenes de prismas.

- 1) Area Lateral (A)_L
 $A_L =$ (arista lateral)
 (perímetro de la base)

- 2) Area Total (A_T)
 $A_T = A_L + 2$ (Área de la base)
- 3) Volumen (V)
 $V = (\text{Área de la base}) \times h$

PIRÁMIDE

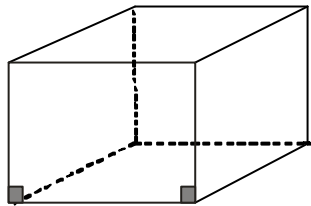
Es la región del espacio limitada por una superficie piramidal cerrada y un plano que corta a todas sus aristas.



- Altura : distancia del vértice a la base
- V : vértice
- Apotema : es la altura de los triángulos de las caras (ap)

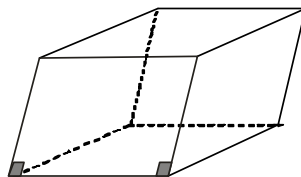
PRISMA RECTO :

- Aristas perpendiculares
- Caras rectangulares



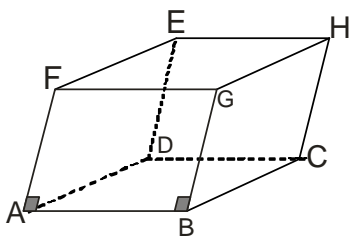
PRISMA OBLICUO :

- Aristas no perpendiculares a las bases.
- Caras romboides.



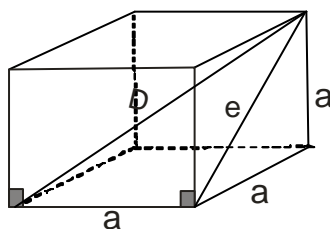
PARALELEPÍPEDOS :

Es el prisma cuyas bases son paralelogramos diagonal : BE (debe unir los dos vértices opuestos)



- Paralelepípedo recto : las aristas laterales son perpendiculares a las bases.
- Paralelepípedo oblicuo : aristas no perpendiculares a las bases.
- Paralelepípedo rectángulo : sus caras son rectángulos.
- Cubo o hexaedro regular : sus caras son cuadrados.

CUBO



- $D = a\sqrt{3}$
 - $D = a\sqrt{2}$
 - $V = a^3$
 - $A = 6a^2$
- **Área Lateral (AL)**

$$A_L = \frac{ap}{2} \text{ (perímetro de la base)}$$

- **Area Total (AT)**

$$A_T = A_L + \text{Área de la base}$$

- **Volumen (V)**

$$V = \frac{1}{3} (\text{A base}) (\text{altura})$$

NOTA :

Los volúmenes de 2 pirámides semejantes son entre si como los cubos de sus elementos homólogos.

CILINDROS CIRCUNSCRITOS

- **Área Lateral (AL)**

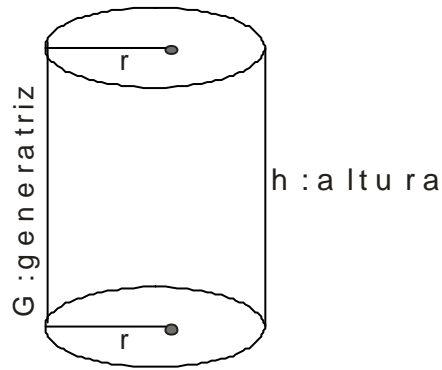
$$A_L = 2\pi \cdot h$$

- **Area Total (AT)**

$$A_T = 2\pi (h + r)$$

- Volumen (V)

$$V = \pi r^2 \cdot h$$



CONO DE REVOLUCIÓN

- Área Lateral (AL)

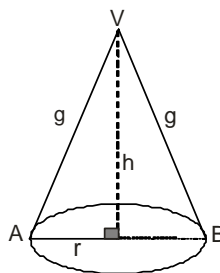
$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

- Area Total (AT)

$$A_T = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2$$
$$A_T = \pi \cdot r (g + r)$$

- Volumen (V)

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$



EJEMPLOS

1. La base de una pirámide es un cuadrado de 3m de lado. Si la altura mide 5m el volumen de la pirámide es :
a). 15 m^3 b). $22,5 \text{ m}^3$
c). 30 m^3 d). 10 m^3 e). 12 m^3
2. La generatriz de un cilindro mide 12 cm y el radio de la base 2 cm, el área del cilindro es :
a). $96 \pi \text{ cm}^2$ b). $24 \pi \text{ cm}^2$
c). $48 \pi \text{ cm}^2$ d). $38 \pi \text{ cm}^2$
e). $32 \pi \text{ cm}^2$
3. Si la arista de un cubo mide 3 y la arista de otro cubo mide 12 ¿Cuál es la razón de sus áreas totales?
a). $\frac{1}{2}$ b). $\frac{1}{4}$ c). $\frac{1}{9}$ d). $\frac{1}{12}$ e). $\frac{1}{16}$
4. Un balón de básquet tiene un diámetro de 18 cm , calcular su volumen en cm^3 .
a) 842π b). 972π c). 900π d). 648π e). 576π
5. ¿Cuántas caras tiene un prisma que posee 18 aristas?
a).16 b). 9 c.) 6 d). 7
e).8
6. Si la arista de un cubo se aumenta en un 50% ¿En qué porcentaje aumenta su volumen?
a).50% b).100% c).150% d).200% e).237,5%

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. ¿Cuál es el volumen de un cono de revolución cuya base tiene 10 cm de diámetro y cuya altura mide 6 cm?
 - a). $150 \pi \text{ cm}^3$
 - b). $200 \pi \text{ cm}^3$
 - c). $30 \pi \text{ cm}^3$
 - d). $50 \pi \text{ cm}^3$
 - e). $300 \pi \text{ cm}^3$

2. ¿Cuántas aristas tiene un cubo?
 - a). 6
 - b). 8
 - c). 10
 - d). 12
 - e). 16

3. ¿Cuántas aristas tiene un prisma pentagonal?
 - a). 5
 - b). 10
 - c). 12
 - d). 17
 - e). 25

4. La diagonal de un cubo mide $3\sqrt{3}$ m, el área total del cubo es
 - a). 36 m^2
 - b). 54 m^3
 - c). 48 m^3
 - d). 72 m^3
 - e). N.A.

5. Todo poliedro tiene por lo menos
 - a). 1 cara
 - b). 2 caras
 - c). 3 caras
 - d). 4 caras
 - e). 5 caras

6. El poliedro que tiene 2 caras opuestas que son regiones poligonales congruentes y paralelas es :
 - a). Pirámide
 - b). Prisma
 - c). Cono
 - d). Cilindro
 - e). Esfera

7. Todas las aristas de un cubo suman 24 cm, hallar el volumen del cubo.
 - a). 2 cm^3
 - b). 4 cm^3
 - c). 8 cm^3
 - d). 27 cm^3
 - e). 64 cm^3