



FRACCIONES

OBJETIVOS.

- Potenciar el manejo adecuado de una fracción como expresión de comparación de dos cantidades.
- Desarrollar la habilidad del lector para resolver problemas relacionados con fracciones.

INTRODUCCION:

“El Problema de los 35 camellos”

Cerca a un viejo albergue de caravanas medio abandonado, había tres hombres que discutían acaloradamente junto a un hato de camellos. Entre gritos se oían exclamaciones.

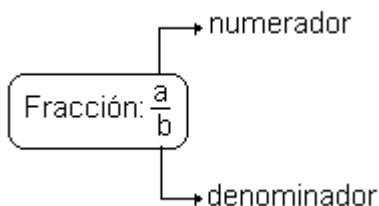
- ¡Que no puede ser!
- ¡Es un robo!
- ¡Pues yo no estoy de acuerdo!

Beremiz, el hombre que calculaba, procuró informarse de que discutían.

- Somos hermanos, explicó el más viejo y recibimos como herencia 35 camellos. Según la voluntad expresa de mi padre, me corresponde la mitad, a mi hermano Hamed una tercera parte y a Harim, el más joven, solo la novena parte. No sabemos, sin embargo, como efectuar la repartición y a cada reparto propuesto por uno de nosotros, sigue la negativa de los otros dos. Si la mitad de 35 es 17 y medio, la tercera y la novena parte de dicha cantidad tampoco son exactas. ¿Cómo proceder a tal repartición?
- Muy sencillo, dijo el hombre que calculaba. Yo me comprometo a hacer con justicia ese reparto, mas antes permítanme que una a esos camellos este espléndido camello que nos trajo aquí en buena hora...
- Amigos míos voy hacer la división justa y exacta de los camellos, que como ahora ven son 36. tú el más viejo tendrías que recibir la mitad de 35, es decir 17 y medio; pues bien, recibirás la mitad de 36 y, por tanto, 18. Nada tienes que reclamar puesto que sales ganando. Tú el segundo heredero tendrías que recibir un tercio de 35, es decir 11 y poco más. Recibirás un tercio de 36, esto es 12; no podrás protestar, pues tú también sales ganando. Y tú el más joven, según la ultima voluntad de tu padre, tenias que recibir una novena parte de 35, o sea 3 camellos y parte del otro; sin embargo, te daré la novena parte de 36 o sea 4; tu ganancia también será notable y bien podrás agradecerme el resultado...
- Por esa ventajosa división que a todos a favorecido, corresponden 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado de $18 + 12 + 4 = 34$ camellos. De los 36 camellos sobran por lo tanto dos. Uno, como saben me pertenece; y el otro es justo que me corresponda por haber resuelto el problema de la herencia.
- Eres inteligente, exclamo el más viejo, y aceptamos tu división con la seguridad de que fue hecha con justicia y equidad.

FRACCIÓN

Se denomina así a la división indicada de la forma: $\frac{a}{b}$



donde:

- a y b pertenecen a los enteros positivos (Z^+).
- Al dividir "a" entre "b" el resultado no es exacto; es decir $a \neq b$

Ejemplo.

- Las siguientes expresiones no son fracciones.

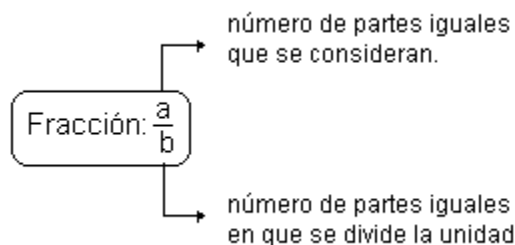
$$\frac{3}{-5}, \frac{-2}{7}, \frac{-5}{-8}, \frac{\sqrt{2}}{5}, \frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}, \frac{12}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{5} \dots$$

- Las siguientes expresiones si son fracciones:

$$\frac{8}{6}, \frac{2}{8}, \frac{72}{13}, \frac{5}{4}, \frac{1111}{3395}$$

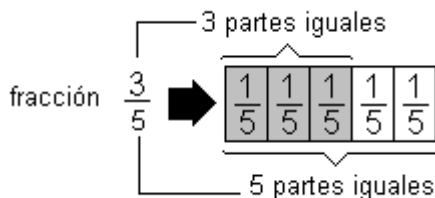
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA FRACCIÓN

Para representar gráficamente a una fracción, debemos considerar lo siguiente:



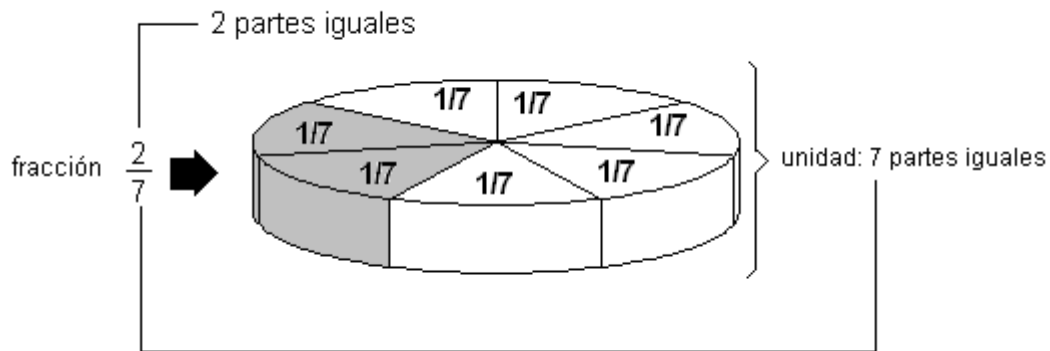
Ejemplo:

$\frac{3}{5}$ indica que debemos tomar 3 de 5 partes:



Ejemplo:

Si de una torta queremos tomar $\frac{2}{7}$; debemos dividir el total en 7 partes iguales y tomar 2.

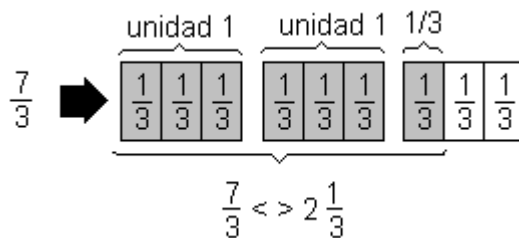


Nota:

Para graficar una fracción en el cual el numerador es mayor que el denominador; es necesario considerar la unidad varias veces.

Ejemplo:

Representar gráficamente $\frac{7}{3}$



CLASIFICACIÓN DE FRACCIONES

1. POR LA COMPARACIÓN DE SU VALOR RESPECTO DE LA UNIDAD:

a. **Fracción propia**

Son aquellas en la cual el numerador es menor que el denominador. Al hacer la división correspondiente, el resultado es menor que la unidad.

fracción propia: $\frac{a}{b} \Rightarrow a < b$

Ejemplo: $\frac{4}{7}; \frac{2}{11}; \frac{3}{20}; \frac{8}{9}; \dots$

b. **Fracción impropia.**

Son aquellas en la cual el numerador es mayor que el denominador. Al hacer la división correspondiente, el resultado es mayor que la unidad.

Fracción impropia: $\frac{a}{b} \Rightarrow a > b$

Ejemplo: $\frac{5}{3}; \frac{16}{12}; \frac{21}{11}; \frac{15}{4}; \dots$

Nota:

De las fracciones impropias se derivan los números mixtos:

$$\frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

$3 \frac{3}{4}$ se denomina número mixto, porque tiene una parte entera y una parte fraccionaria.

2. POR SU DENOMINADOR:

a. Fracción decimal.

Cuando su denominador es una potencia de 10

Ejemplos: $\frac{11}{100}; \frac{9}{10}; \frac{21}{1000}; \frac{32323}{10000}; \dots$

b. Fracción ordinaria

Cuando su denominador no es una potencia de 10.

Ejemplos: $\frac{3}{7}; \frac{5}{101}; \frac{7}{3000}; \frac{25}{20}; \frac{11}{290}$

3. POR LA RAZON DE IGUALDAD O DESIGUALDAD ENTRE SUS DENOMINADORES

a. Fracciones homogéneas

Es el conjunto de fracciones que tienen igual denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{1}{7}; \frac{101}{7}$

b. Fracciones heterogéneas.

Es un conjunto de fracciones que tienen diferente denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{4}; \frac{5}{7}; \frac{8}{9}; \frac{12}{5}$

4. POR LOS DIVISORES DE SUS TÉRMINOS:

a. Fracción reducible.

Cuando su numerador y denominador poseen factores en común (no son primos entre si).

Ejemplos: $\frac{3}{6}; \frac{21}{30}; \frac{12}{144}; \frac{100}{384}; \dots$

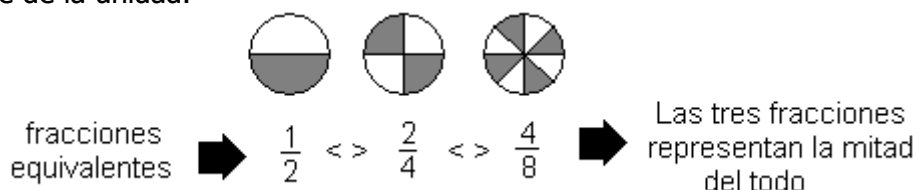
b. Fracción irreducible.

Cuando su numerador y denominador no poseen factores en común (son primos entre si).

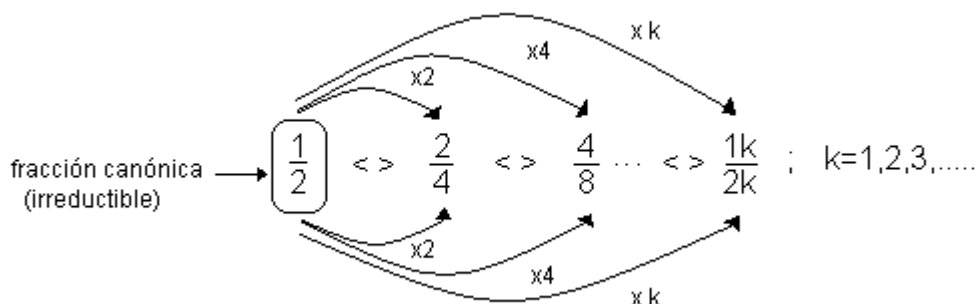
Ejemplo: $\frac{13}{20}; \frac{7}{3}; \frac{5}{11}; \frac{101}{7}; \dots$

5. **FRACCIONES EQUIVALENTES:**

Son aquellas fracciones que utilizando términos diferentes expresan una misma parte de la unidad.



Se observa que:



FRACCIÓN DE FRACCIÓN.

Es una fracción tomada de otra fracción respecto de la unidad.

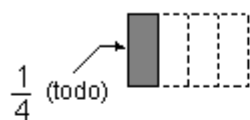
Ejemplo:

Determine la tercera parte de la mitad de la cuarta parte de la figura indicada.

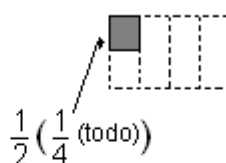


Resolución.

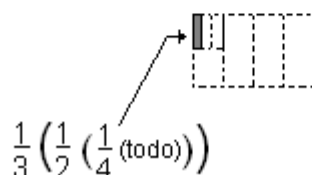
..... la cuarta parte:



..... la mitad de la cuarta parte:



..... la tercera parte de la mitad de la cuarta parte



CONSTRUYENDO MIS CAPACIDADES

1. La fracción equivalente a:

$$P=5,4+0,027+0,00027 + 0,000027+\dots$$

En su forma irreducible, tiene como suma de términos:

- A) 591 B) 721 C) 707 D) 497 E) 373

Resolución:

2. PITONISO tenía S/. 40 y sólo gastó S/ 10.

I. ¿Qué fracción de lo que tenía gastó?

II. ¿Qué parte de lo que no gastó, gastó?

III. ¿Qué fracción es lo que no gastó, de lo que tenía?

Resolución:

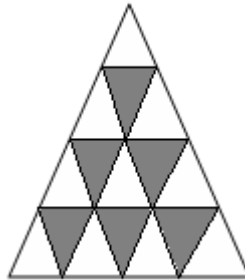
1. Si a la cuarta parte de los $\frac{2}{5}$ de un número, se le agrega los $\frac{2}{5}$ de sus $\frac{3}{8}$ y se resta los $\frac{3}{8}$ de su quinta parte, se obtiene 21. ¿Cuál es el número?

- A) 60 B) 70 C) 80
D) 90 E) 120

Resolución:

2. En la figura (triángulo equilátero) ¿Qué fracción de lo sombreado es la no sombreado?.

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{1}{3}$



Resolución:

3. Si se quita 4 al denominador de una fracción cuyo numerador es 3, la fracción aumenta en una unidad ¿Cuál es la fracción?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{3}{6}$

Resolución:

4. En una carreta llena de frutas pesa 30 Kg., cuando contiene los $\frac{2}{3}$ de su capacidad pesa los $\frac{7}{9}$ del peso anterior ¿Cuánto pesa la carreta vacía?

- A) 8 Kg. B) 12 Kg. C) 10 Kg. D) 9 Kg. E) 15 Kg.

Resolución:

REFORZANDO**MIS CAPACIDADES**

1. Se tiene dos números consecutivos cuya suma es igual a la cuarta parte del primero, más los cinco tercios del Segundo. El consecutivo de la suma de los números es:

- A) 18 B) 17 C) 19 D) 20 E) 21

2. Un cilindro se encuentra lleno hasta sus $\frac{5}{6}$ se consumen $\frac{3}{8}$ del liquido. Hallar la capacidad de la parte vacía del cilindro.
- A) $\frac{23}{48}$ B) $\frac{25}{48}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{11}{24}$ E) $\frac{13}{48}$
3. En la mitad de un terreno se siembra camote, en la tercera parte del resto se siembra papa y en los $\frac{2}{7}$ partes de lo que queda se siembra maíz. ¿Qué fracción del terreno no sembrada con papa, quedo sin sembrar?
- A) $\frac{2}{21}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{10}{21}$
4. Una persona recibe viáticos por 4 días. El primer día gasto la quinta parte; el segundo día gastó $\frac{1}{8}$ del resto; el tercer día los $\frac{5}{3}$ del primer día; el cuarto día el doble del segundo día y aún le quedó S/. 15. ¿Cuál fue la cantidad entregada?
- A) S/.50 B) S/. 75 C) S/.150 D) S/. 45 E) S/ 90
5. En un salón de la Academia sólo asisten a un examen los $\frac{2}{3}$ de los alumnos, y de éstos aprueban los $\frac{3}{7}$; si los desaprobados son 24. ¿Cuántos alumnos hay en dicha aula?
- A) 24 B) 23 C) 36 D) 63 E) 96
6. Una bola de PING – PONG cae desde una altura de 108 cm. Sobre una mesa de mármol. Cada vez que toca a la mesa, rebota y se eleva a una altura igual a la tercera parte de la altura igual a la tercera desde la cual cayó. ¿A que altura se elevará la bola después de haber tocado a la mesa por tercera vez?
- A) 5 cm. B) 4 cm. C) 3 cm. D) 9 cm. E) 12 cm.
7. Gasté los $\frac{3}{5}$ de lo que no gasté y aún me quedan S/ 60 más de lo que gasté ¿cuánto tenía? (en soles).
- A) 150 B) 190 C) 200
D) 250 E) 240
8. Si transcurrió los $\frac{3}{5}$ de lo que falta transcurrir de un día ¿Qué parte de lo que ya transcurrió representa el exceso de lo que falta transcurrir sobre lo ya transcurrido?
- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{7}$
9. Una persona compra naranjas, la mitad del total a 5 por 6 soles y la otra mitad restante a 6 por 7 soles. Vende los $\frac{3}{5}$ del número a 3 por 5 soles y los demás a 4 por 7 soles. Se desea saber cuántas naranjas había vendido cuando gane 930 soles.
- A) 540 B) 3200 C) 1800 D) 1860 E) 3400
10. Si te pago lo que te debo, me sobraría tanto como me faltaría, si quisiera pagarle a él, lo que le debo, ¿Qué fracción del total de mi deuda es lo que yo tengo?
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) faltan datos.