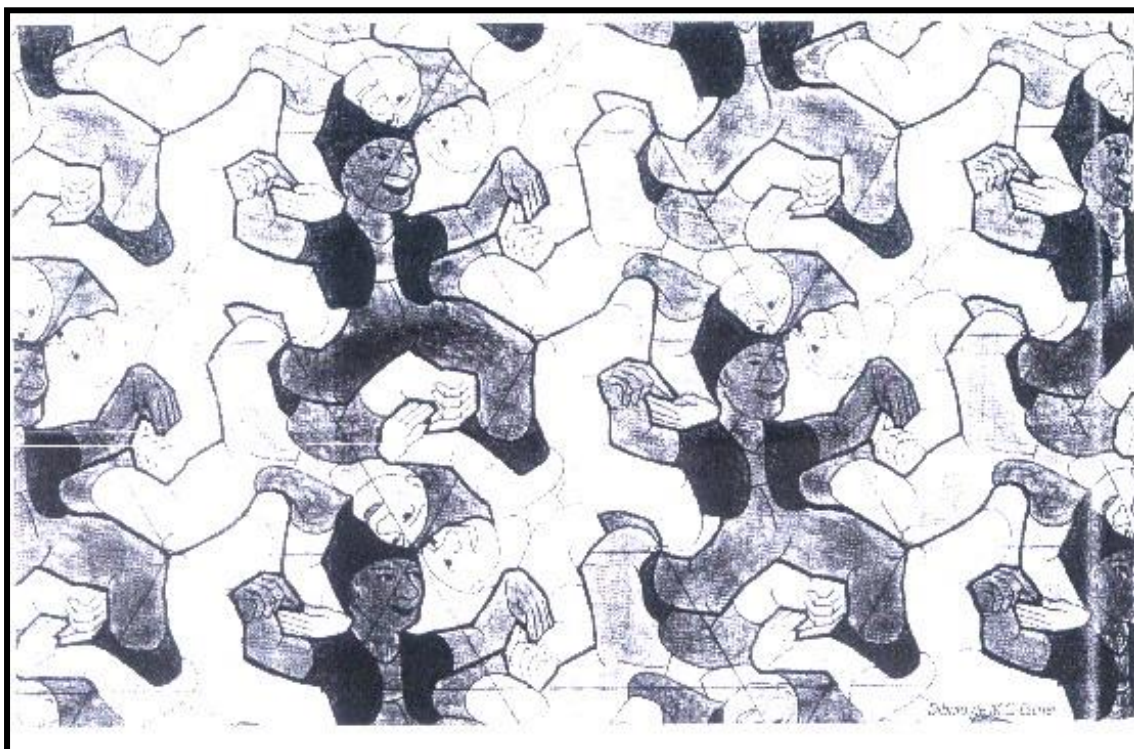




### FRACCIONES ALGEBRAICAS

# ALGEBRA



Teselar un plano es cubrirlo exactamente con una o más figuras que se repiten. Existen fórmulas especiales para saber si un polígono tesela un plano, por ejemplo  $2n/(n-2)$ , donde  $n$  es el número de lados del polígono. ¿Para qué polígonos se cumple? La expresión utilizada es una expresión algebraica racional fraccionaria. En ciencias como economía, física, biología, etc., el estudio de determinados procesos nos conduce a este tipo de expresiones.

#### ¿Para qué sirve?

Las expresiones algebraicas fraccionarias te permitirán generalizar cálculos de repartos proporcionales, costos unitarios de artículos, promedios ponderados, diferencia de velocidades, tiempos o distancias y otros casos que impliquen cocientes fraccionarios. Igualmente, resolverás ecuaciones que involucran operaciones con fracciones algebraicas.

### FRACCIONES ALGEBRAICAS

#### Importante:

El cambio de dos de los tres signos de una fracción no modifica su valor

$$\frac{p}{q} = -\frac{-p}{q} = -\frac{p}{-q} = \frac{-p}{-q}$$

En fracciones algebraicas:

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = -\frac{-x^2 + 1}{x - 1} = -\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{-x^2 + 1}{x - 1}$$

Observa las siguientes fracciones y responde:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{5}{7} & \text{b) } \frac{2x+5}{3} & \text{c) } \frac{x}{5x} \\ \text{d) } \frac{2}{x+3} & \text{e) } \frac{3x-7}{x^2-4} & \text{f) } \frac{x^2+1}{x^3+4x^2-5x} \end{array}$$

¿Cómo son los denominadores? ¿Tienen variables? ¿Son polinomios? ¿De qué grado?

Las expresiones d, e y f son fracciones algebraicas. ¿Qué características tienen que las diferencian de las expresiones a, b y c?

Una **fracción algebraica** o expresión algebraica fraccionaria es de la forma  $\frac{p}{q}$  con p y q polinomios, donde q es no nulo y al menos de primer grado.

Para que una fracción algebraica esté definida hallamos los valores admisibles de la variable, excluyendo aquellos valores de la(s) variable(s) que hacen cero al denominador. Estos valores se determinan factorizando el denominador, igualando a cero cada factor y resolviendo la ecuación formada.

Ejemplo: Determina los valores de x para los cuales cada fracción está definida en R.

$$\text{a) } \frac{2x+1}{3x-5} \qquad \text{b) } \frac{x+5}{x^2-2x-24}$$

**Solución:**

¿Para qué valores de x el denominador es cero?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3x - 5 = 0 & \text{b) } x^2 - 2x - 24 = 0 \\ \quad 3x = 5 & \quad (x + 4)(x - 6) = 0 \\ \quad x = \frac{5}{3} & \quad x = -4 \text{ o } x = 6 \end{array}$$

Los valores de x para los cuáles cada fracción no está definida son:

$$x = \frac{5}{3} \qquad x = -4 \text{ o } x = 6$$

Luego, las fracciones estarán definidas en R.

$$\frac{2x+1}{3x-5}, \text{ para } x \neq \frac{5}{3} \qquad \frac{x+5}{x^2-2x-24}, \text{ para } x \neq -4 \text{ y } x \neq 6$$

## Simplificación de fracciones algebraicas

Simplificar una fracción algebraica es transformarla en otra equivalente irreducible, es decir, que el máximo común divisor de su numerador y denominador sea 1. Para ello se factorizan numerador y denominador y luego se cancelan los factores comunes, considerando los valores admisibles de la variable.

**Ejemplo:** Simplifica:  $\frac{2x^2 - x - 3}{x^3 - 3x^2 - 4x}$

**Solución:**

Factoricemos numerador  $\frac{2x^2 - x - 3}{x^3 - 3x^2 - 4x} = \frac{(2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-4)}$  para  $x \in \mathbb{R} - \{0; -1; 4\}$

y denominador

Cancelamos los factores  $\frac{(2x-3)(x+1)}{(x+1)(x-4)} = \frac{(2x-3)}{x(x-4)} = \frac{(2x-3)}{(x^2-4x)}$  para  $x \in \mathbb{R} - \{0; -1; 4\}$

comunes al numerador y al denominador

## CONSTRUYENDO

### MIS CONOCIMIENTOS

1) Subraya las expresiones que son fracciones algebraicas:

a)  $\frac{3xy}{8}$

b)  $\frac{x-5}{\sqrt{3x}}$

c)  $\frac{-4xy}{\sqrt{3\pi}}$

d)  $16a^5b^{-8}$

1. Para los valores indicados, calcula el valor numérico si existe de las fracciones algebraicas

Fracciones Algebraicas	x
a) $\frac{x-1}{x+1}$	1
	-1
b) $\frac{1-x}{1-x^2}$	0
	1
c) $\frac{3x+2}{6x+4}$	0
	-2
	3
d) $\frac{x+3}{x^2+5x+6}$	-1
	-3
e) $\frac{x}{2x+4}$	0
	-1

2. Determina los valores para los cuales las siguientes expresiones están definidas.

a)  $\frac{5\pi}{3x}$

b)  $-\frac{6y-1}{y+0,5}$

c)  $\frac{12a^2+2a-2}{8a^2-10a+3}$

d)  $\frac{3x^2+2x}{4x^3+25x^2+6x}$

3. Marca con una X los procesos incorrectos y corrígelos:

a)  $-\frac{x+y-3}{2x-4y-2} = \frac{-(x+y-3)}{2x-4y-2} = \frac{-x-y+3}{2x-4y-2}$

b)  $-\frac{x+3}{-(3-x)} = -\frac{x+3}{-3+x} = -\frac{x+3}{x+3} = -1$

c)  $\frac{6(a-8)}{8-a} = \frac{6(a-8)}{-(-8+a)} = -\frac{6(a-8)}{a-8} = -6$

4. Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{x-1}{1-x}$

b)  $-\frac{5x+4y-3z}{3z-5x-4y}$

c)  $-\frac{(x-3)(x+8)}{(3-x)(x+9)}$

d)  $\frac{x^3 - 27}{(x^2 + 3x + 9)(x - 1)}$

**REFORZANDO  
MIS CAPACIDADES**

1. Subraya las expresiones que son fracciones algebraicas:

a)  $-\frac{5}{2y}$

b)  $\frac{x-3}{(6x^2)^0+1}$

c)  $\frac{7}{5y-3}$

d)  $\frac{z}{\sqrt{3z+2}}$

e)  $4x^{-3}$

2. Para los valores indicados, calcula el valor numérico si existe de las fracciones algebraicas

Fracciones Algebraicas	x
a) $\frac{x-1}{x^2-5x-14}$	-1
	7
b) $\frac{4}{x^2+x-2}$	0
	1
	2
c) $\frac{x+3}{x^2+6x+9}$	1
	-3
	3
d) $\frac{x^3+8}{x^2-2x+4}$	2
	-2
	0
e) $\frac{5x-1}{3x^2-5x-2}$	1
	-1/3
	2

1. Determina los valores para los cuales las siguientes expresiones están definidas.

a)  $\frac{5}{x^2 - 16}$

b)  $\frac{0,5r + r^2}{3,5r - 7}$

c)  $\frac{6m - 7}{2\pi m + \pi}$

d)  $\frac{(a^3 - b^3)(a^2 - b^2)}{(a - b)^2(a + b)^2}$

e)  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}$

2. Marca con una X los procesos incorrectos y corrígelos:

a)  $\frac{-(8y - 6)}{6 - 8y} = -\frac{8y + 6}{6 - 8y} = -\frac{6 - 8y}{6 - 8y} = -1$

b)  $\frac{y - 2}{2 - y} = \frac{-(2 - y)}{2 - y} = -\frac{2 - y}{2 - y} = -1$

c)  $\frac{(a - 3)(4 - b)}{(3 - a)(b - 4)} = \frac{[-(3 - a)][-(-b - 4)]}{(3 - a)(b - 4)}$   
 $= -\frac{(3 - a)(b - 4)}{(3 - a)(b - 4)} = -1$

3. Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{6x^2 + x - 1}{6x^2 - 11x + 3}$

b)  $\frac{4x + 4}{2x + 2}$

c)  $\frac{x^2 - 3x}{x^3 + 5x}$

d)  $\frac{3x^2 + 3x}{9x^2 + 9x}$

e)  $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x + 4}$

f)  $\frac{-5(x - 4)}{3(4 - x)^2}$

g)  $\frac{4x^2 - 8x + 4}{x^2 - 1}$

h)  $\frac{3x^2y - 4xy + y}{y + 2xy - 3x^2y}$