FORMA PARA DIVIDIR ALGEBRAICAMENTE II

POLINOMIOS

Método de Ruffini

Este método es aplicable a divisores de la forma $(x \pm a)$ y con ciertas restricciones a divisores de la forma $(ax^n \pm b)$

1er. Caso:

Divisor de la forma ($x \pm a$)

Para dividir por el método de Ruffini se trazan dos rayas que se intersectan, una vertical y otra horizontal. Encima de la raya horizontal y a la derecha de la vertical se colocan los coeficientes del dividendo con su propio signo y encima de la raya horizontal y a la izquierda de la vertical se coloca aquel valor de "x" que anula el divisor.

Ejemplo 1: Dividir $x^3 - 2x^2 + x - 5$ entre $x - 2$

Resolución:

La disposición de los coeficientes sería:

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & 1 & -5 \\ 2 & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

El valor de "x" que anula al divisor $(x - 2)$ es: $x = 2$

- Para comenzar a dividir se procede de la siguiente manera:

El primer coeficiente se baja de frente y se escribe en el resultado debajo de la línea horizontal, este resultado se multiplica por el número encerrado en la circunferencia y se coloca debajo del siguiente coeficiente del dividendo, esta columna se suma y se obtiene un segundo coeficiente en el resultado el cual a su vez se vuelve a multiplica por el número en la circunferencia y se coloca en la columna que se sigue debajo del siguiente coeficiente del dividendo, esta operación se repite hasta agotas los coeficientes de dividendo. El último coeficiente del resultado constituye el residuo y los anteriores constituyen los coeficientes del cociente, de esta manera tendríamos:

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -2 & 1 & -5 \\ 2 & \downarrow & 2 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & -3 \end{array}$$

Cociente: $\boxed{x^2 + 0x + 1}$

Residuo: $\boxed{-3}$

Cociente $Q(x) = x^2 + 1$

Residuo $R(x) = -3$

NOTA:

- *Nótese que el grado del cociente es uno menor que el grado del dividendo.*

Ejemplo 2: Dividir $x^4 - x^2 + 1$ entre $x + 1$

Resolución:
El valor de "x" que anula al divisor: (x +1) es x = -1

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
-1 & \downarrow & -1 & 1 & -2 & +2 \\
\hline
 & 1 & -1 & 2 & -2 & \big| \; 3
\end{array}$$

Contiene: $\boxed{1x^3 - 1x^2 + 2x - 2}$
Residuo $R(x) = \boxed{3}$

Cociente $Q(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$
Residuo: $R(x) = 3$

NOTA:

- *No debemos olvidarnos de colocar un cero por cada término que falte para completar el polinomio que constituye el dividendo.*

Casos Especiales:

1. **Divisor de la forma (ax ± b)**
   Ante todo, debemos tener en cuenta que para aplicar el método de Ruffini en una división, el coeficiente del término en "x" en el divisor debe ser la unidad.
   Para lograr eso en el presente caso se procederá a dividir el dividendo y el divisor por el coeficiente del término "x" en el divisor, después de lo cual el cociente no variará pero el residuo quedará dividido por dicho número, por lo que el residuo que se obtenga en la división será un residuo falso y para obtener el verdadero, deberá multiplicarse el residuo falso por aquel número por el que se dividió al dividendo y el divisor:

Ejemplo:
Dividir: $2x^3 + x^2 - 3x + 5$ entre $2x - 1$

<u>Resolución</u>:

- En primer lugar dividimos entre 2, tanto al dividendo como al divisor:

$$\frac{2x^3 + x^2 - 3x + 5}{2} \quad entre \quad \frac{2x - 1}{2}$$

Obteniendo: $x^3 + \frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{5}{2} \quad entre \quad x - \frac{1}{2}$

- En segundo lugar, aplicamos el Método de Ruffini

	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
	1	1	-1	2

Cociente: $\boxed{1x^2 + 1x - 1}$
Residuo falso: Rf = $\boxed{2}$

Residuo verdadero sería Rv = 2(2) = 4

El valor de "x" que anula al divisor: $\left(x - \frac{1}{2}\right)$ es: $x = \frac{1}{2}$

$\therefore$ Cociente $Q(x) = x^2 + x - 1$
Residuo $R_f = 2 \Rightarrow Rv = 4$

2. **Divisor de la forma ($x^n \pm a$)**
La condición para que una división de este tipo se pueda realizar por el Método de Ruffini es que los exponente de la variable "x" en el dividendo sean múltiplos del exponente de "x" en el divisor. Para poder dividir por este método se hará el Cambio de variable $x^n = y$, y se efectuará la división según lo establecido.

Ejemplo:
Dividir: $x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 5$ entre $x^2 - 1$

<u>Resolución</u>:

- Haciendo el cambio de variable $x^2 = y$;
Se tiene: $(x^2)^3 - 2(x^2)^2 + 3x^2 - 5$ entre x2 + 1
$\Rightarrow y^3 - 2y^2 + 3y - 5$ entre $y + 1$

- Luego, dividimos estos polinomios aplicando el Método de Ruffini

	1	-2	3	-5
-1		-1	3	-6
	1	-3	6	-11

Cociente: $\boxed{y^2 - 3y + 6}$

Residuo = $\boxed{-11}$

El valor de "y" que anula al divisor: (y + 1) es: y = -1

Reemplazando $y = x^2$, obtenemos que:

$\therefore$ Cociente $Q(x) = x^4 - 3x^2 + 6$
Residuo $R_f = -11$

Teorema del Resto

Este método se emplea para calcular el residuo en forma directa, sin necesidad de efectuar la división. Se emplea cuando el divisor es de la forma $ax \pm b$ o transformable a ella.

Procedimiento:

i) Se iguala el divisor a cero encontrándose un valor de la variable
ii) El valor encontrado se reemplaza en el polinomio dividiendo obteniéndose un resultado el cual será el residuo.

Ejemplo 1: Calcular el residuo de dividir:
$3x^3 - 5x^2 + 7$ entre $x - 3$

Resolución:
Igualamos el divisor a cero:
$x - 3 = 0$
$x = 3$

Este valor de "x" se reemplaza en el dividendo:
Dividendo $= 3x^3 - 5x^2 + 7$
Residuo (R) $= 3(3)^3 - 5(3)^2 + 7$
$= 3(27) - 5(9) + 7$

$\therefore R = 81 - 45 + 7 = 43$ Rpta.

ALGEBRA

1. Efectúa las siguientes divisiones, aplicando el método de Ruffini:

   a) $(2x^3 - x^2 + 3) \div (x + 1)$
   b) $(x^3 - 7x - 6) \div (x - 3)$
   c) $(x^4 - 3x^3 + 5x - 8) \div (x + 2)$
   d) $\dfrac{2x^8 - 7x^4 + 5x^2 - 3}{x^2 + 1}$

2. Halla la suma de los coeficientes de E = $\dfrac{4x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 7x - 8}{x + 1}$

3. Halla m + 7 si:
   $\dfrac{2x^6 + 2\sqrt{2}x^5 - 3x^4 - 3\sqrt{2}x^3 + 6x + m\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}}$ es exacta

4. Dividir: $6x^4 - x^3 - 17x^2 + 28x - 22$ entre $3x - 2$

5. Dividir: $x^2 + 2x^{4/3} - 3x^{2/3} + 5$ entre $x^{2/3} - 1$

6. Halla el residuo de las siguientes divisiones, empleando el teorema del resto:

   a) $2x^4 - 5x^3 + 3x - 6$ entre $x - 2$
   b) $5x^3 - 2x^2 + 7x - 2$ entre $x + 2$
   c) $x^6 - y^6$ entre $x - y$

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Efectúa las siguientes divisiones aplicando el método de Ruffini

   a) $(2x^3 - 11x^2 + 18x - 24) \div (x - 4)$

   b) $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x - 2)$

   c) $(x^3 - 7x - 6) \div (x + 1)$

   d) $\left(\frac{3}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1\right)$

   e) $(x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x - 6) \div (x + 2)$

2. Hallar el residuo de las siguientes divisiones, empleando el teorema del resto:

   a) $x^6 - 5x^3 + 6x^2 - 8$ entre $x + 2$

   b) $x^{32} + 1$ entre $x + 1$

   c) $8x^5 - 3x^4 + x^3 - 5x^2 + 3$ entre $x - 1$

   d) $x^2 - 5x + 9$ entre $3x - 1$

   e) $x^3 + 2x + 3$ entre $2x + 1$

   f) $x^2 - 2ax + 0^2$ entre $x - a$

   g) $x^3 + 2ax^2 - 5a^3$ entre $x + 2a$

3. Calcula "m" para que:
   a) $x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 4m$, sea divisible por $x - 2$
   b) $2x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5m$ sea divisible por $x + 1$
   c) $2x^3 - 6x^2 - 5x - \frac{m}{4}$ sea divisible por $2x - 1$
   d) $x^6 + 3x^5 - 4x^3 - x^2 + m$, sea divisible por $x + 2$
4. Resuelve aplicando el método de Ruffini

   a) $\dfrac{15x^{15} - 6x^{10} + 7x^5 - 8}{x^5 - 2}$

   b) $\dfrac{4x^6 - 4x^3 + 3}{x^3 + 1}$

   c) $\dfrac{8x^9 - 9x^6 - 2x^3 - 4}{x^3 - 2}$

   d) $\dfrac{3x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 - 5}$

   e) $\dfrac{7z^{10} - 5z^5 + 5}{z^5 - 3}$