



### TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

Carlita trata de encontrar el cociente de una división entera sin tener que efectuarla y necesita saber ya dicha cantidad ante el siguiente problema:

¿Cuánto es el resultado de dividir 1 440 entre 120?

Para encontrar dicho cociente, realizó el siguiente razonamiento:

- Se dio cuenta que 1 440 es igual a  $12 \times 120$
- Si lo dividimos entre 120, es obvio que tenemos que cancelar dicha cantidad tanto del dividendo como del divisor.
- Entonces obtenemos 12 de cociente

Fácil verdad, vez que sin la necesidad de efectuar una división, ésta se puede rápidamente resolver, si Carlita pudo ahora te toca a ti poder hacerlo.

#### DIVISIBILIDAD

Es la parte de la aritmética que estudia las condiciones que debe cumplir un número entero para ser dividido exactamente entre otros.

También nos permite calcular el residuo de una división sin necesidad de efectuarla.

#### • NÚMEROS DIVISIBLES

Un número es divisible por otro cuando su cociente es entero de manera exacta. Tenemos:

$$A/B = q$$

A es divisible entre B

B es divisor de A

B divide a A

#### EJEMPLO 1

Dividir 67 entre 16

#### RESOLUCIÓN

$$67 \quad 16$$

$$3 \quad 4$$

67 es divisible por 16

16 es divisor de 67

16 divide a 67

#### EJEMPLO 2

Dividir -67 entre 16

#### RESOLUCIÓN

$$-67 \quad 16$$

$$3 \quad -4$$

-67 es divisible por 16

16 es divisor de -67

16 divide a -67

## • MULTIPLICIDAD DE NÚMEROS

Un número es múltiplo de otro si resulta del producto de éste por un entero positivo llamado módulo.  
Tenemos:

$$A = B \times k$$

Se denota como:  $A = B$

Se lee: "A es múltiplo de B"

"B es factor de A"

### EJEMPLO 3

Verificar la multiplicidad de los números

- 35 es múltiplo de 5 porque  $5 \times 7 = 35$
- -20 es múltiplo de 10 porque  $-2 (10) = -20$
- 52 es múltiplo de 13 porque  $13 \times 4 = 52$
- 0 es múltiplo de 137 porque  $137 \times 0 = 0$

Se denota como:  $A = B$

Se lee: "A es múltiplo de B"

"B es factor de A"

## PROPIEDADES DE LA DIVISIBILIDAD Y DE LA MULTIPLICIDAD

### OPERACIONES ENTRE MÚLTIPLOS

$$n + n = n$$

$$n + n = n$$

### EJEMPLO 4

Verificar la multiplicidad al sumar  $14 + 28$

#### RESOLUCIÓN

$$14 + 28 = 42$$

$$7 + 7 = 7$$

$$7 + 7 = 7$$

$$n - n = n$$

$$n - n = n$$

### EJEMPLO 5

Verificar la multiplicidad al restar  $45 - 18$

#### RESOLUCIÓN

$$90 - 72 = 18$$

$$9 + 9 = 9$$

$$9 + 9 = 9$$

$$n \times K = n$$

$$n \times K = n$$

### EJEMPLO 6

Verificar la multiplicidad en  $44 \times 7 = 88$

#### RESOLUCIÓN

$$44 \times 2 = 88$$

$$11 \times 2 = 11$$

$$11 \times 2 = 11$$

$$(n) \times k = n$$

**EJEMPLO 7**

Verificar la multiplicidad en  $27^4$

$$27^4 = 531\,441$$

$$(3^0)^4 = 3^0$$

**LOS NÚMEROS NO MÚLTIPLOS**

- PARA UNA DIVISIÓN INEXACTA POR DEFECTO

$$D = d \quad d \quad D = d \times qd + rd$$

$$rd \quad qd$$

$$D = d + rd \quad rd \text{ es residuo por defecto}$$

**EJEMPLO 8**

Verificar la multiplicidad al dividir 51 entre 8 por defecto

**RESOLUCIÓN**

$$51 \quad 8$$

$$3 \quad 6 \quad 0$$

$$51 = 8 + 3$$

- PARA UNA DIVISIÓN INEXACTA POR EXCESO

$$D = d \quad d \quad D = d \times qe + re$$

$$re \quad qe$$

$$D = d - re \quad re \text{ es residuo por defecto}$$

**EJEMPLO 9**

Verificar la multiplicidad al dividir 51 entre 8 por defecto

**RESOLUCIÓN**

$$51 \quad 8$$

$$5 \quad 7$$

$$51 = 8 - 5$$

**PROPIEDAD DE ARQUÍMEDES**

$$\text{Sea } A \times B = K$$

Donde A y K no tienen factor común

$$\text{Entonces: } \quad 0$$

$$B = K$$

**EJEMPLO 10**

Verificar la multiplicidad aplicando la  $0$  propiedad de Arquímedes en  $43 \times A = 8$

**RESOLUCIÓN**

$$43 \times A = 8 \text{ entonces } A = 8$$

**PROPIEDAD PARTICULAR**

$$N = a \text{ entonces } N = a \times b$$

$$N = b$$

**EJEMPLO 11**

Verificar la multiplicidad

**RESOLUCIÓN**

$$N = 9 \text{ entonces } N = 63$$

$$N = 7$$

$$N = a + r \text{ entonces } N = (a \times b) + r$$

$$N = b + r$$

**EJEMPLO 12**

Verificar la multiplicidad

**RESOLUCIÓN**

$$N = 3 + 5 \text{ entonces } N = 33 + 5$$

$$N = 11 + 5$$

**PROPÓNGO UN PROBLEMA****EJEMPLO 12****RESOLUCIÓN:****CONSTRUYENDO MIS CONOCIMIENTOS**

1. Calcular la suma de los 20 primeros múltiplos de 12
2. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 11?
3. ¿Cuántos números de 3 cifras en base 6 son múltiplos de 10?
4. Si  $\overline{21b} = 35$ . Hallar b
5. Hallar a; si:  $8a + 4 = 3$
6. Si:  $10b + 3 = 19$  ¿Cuántos valores puede tomar b?

## REFORZANDO MIS CAPACIDADES

1. Calcular la suma de los 15 primeros múltiplos de 9
2. ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos del número 7?
3. ¿Cuántos números de 3 cifras en base 5 son múltiplos de 5?
4. Si  $\overline{21b} = 24$ . Hallar b
5. Hallar a; si:  $7a + 3 = 6$ , dar como respuesta el menor valor de a
6. Si:  $10b + 3 = 17$  ¿Cuántos valores puede tomar b?
7. ¿Cuántos números entre 1 000 y 4 000 existen que al ser divididos entre 6 y entre 11 dan como residuo 3 y 8 respectivamente?
8. ¿Cuántos números de tres cifras son múltiplos de 7 pero no de 5?  
(a) 104                      (d) 102  
(b) 103                      (e) 100  
(c) 101
9. ¿Cuántos números de tres cifras al ser divididos entre 4 y entre 7 dan como residuo 2 en ambos casos?  
(a) 31                      (d) 33  
(b) 32                      (e) 34  
(c) 30
10. Sabiendo que  $N = (2a)9a39 = 7$ . Hallar a  
(a) 0                      (d) 3  
(b) 1                      (e) 4  
(c) 2