FICHAS DE TEORIA DE EXPONENTES II

ALGEBRA

Indicador: Identifica Y Resuelve Situaciones Problemáticas, Aplicando Las Leyes De La Radicación Correctamente

RADICACIÓN

La Raíz enésima de una expresión es otra expresión, que elevada a la potencia "n" nos reproduce la cantidad sub radical.

EJEMPLOS:

* $\sqrt[4]{81} = 3$ Porque $3^4 = 81$

* $\sqrt[3]{125} = 5$ Porque $5^3 = 125$

IDENTIDAD FUNDAMENTAL

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \ ; \ n \in \mathbb{N} \ ; \ n \geq 2$$

TERMINOS DE LA RADICACIÓN

Indice — Símbolo Radical

$$\sqrt[n]{a} = b$$

Radicando — Raíz Enésima

LEYES QUE RIGEN A LA RADICACIÓN

1. **RAIZ DE UNA POTENCIA**: Para extraer la raíz de una Potencia se escribe la misma base y como exponente, la división del exponente de la potencia entre el índice del radical.

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

EJEMPLOS :

* $\sqrt[3]{X^{15}} = X^{\frac{15}{3}} = X^5$

* $\sqrt{\sqrt[3]{a^{48}}} = \sqrt{a^{\frac{48}{3}}} = \sqrt{a^{16}} = a^{\frac{16}{2}} = a^8$

* $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{m^{32}}}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{m^{16}}}} = \sqrt{\sqrt{m^3}} = \sqrt{m^4}$

$= m^2$

OBSERVACIÓN

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[s]{\sqrt[r]{x}}}} = \sqrt[mnsr]{x}$$

EJEMPLO :

* $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{m^{32}}}}} = \sqrt[16]{m^{32}} = m^{\frac{32}{16}} = m^2$

2. **EXPONENTE FRACCIONARIO:** Toda cantidad elevada a un exponente fraccionario es igual a una raíz cuyo índice es igual al denominador del exponente fraccionario y cuya cantidad subradical es la misma cantidad elevada a un exponente igual al numerador del exponente fraccionario

$$a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$$

EJEMPLOS:

* $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

* $32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32}^{\,2} = 2^2 = 4$

* $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

3. RAIZ DE UN PRODUCTO : Para efectuar se extrae la Raíz de cada Factor.

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

EJEMPLOS :

* $\sqrt[5]{X.Y} = \sqrt[5]{X}.\sqrt[5]{Y}$
* $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3 \cdot 5} = \sqrt[3]{15}$
* $\sqrt[7]{X^{49} \cdot Y^{14}} = \sqrt[7]{X^{49}} \cdot \sqrt[7]{Y^{14}} = X^7 Y^2$

4. RAIZ DE UN COCIENTE: Se extrae la Raíz tanto del numerador como del denominador .

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

EJEMPLOS :

$$* \ \sqrt[5]{\frac{X^{10}}{Y^{15}}} = \frac{\sqrt[5]{X^{10}}}{\sqrt[5]{Y^{15}}} = \frac{X^2}{Y^3}$$

$$* \ \sqrt[4]{\frac{81}{256}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{256}} = \frac{\sqrt[4]{3^4}}{\sqrt[4]{4^4}} = \frac{3}{4}$$

5. INTRODUCCION DE UN FACTOR EN UN RADICAL: Se multiplica el exponente del factor por el índice del radical y a esto se le afecta del radical.

$$a^p \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^{pm}}\sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^{p.m}.b}$$

EJEMPLOS

$$* \ x^3\sqrt[7]{y} = \sqrt[7]{x^{7.3}}\sqrt[7]{y} = \sqrt[7]{x^{21}y}$$

$$* \ x^4\sqrt[5]{x^3} = \sqrt[5]{^{5.4}}\sqrt[5]{x^3} = \sqrt[5]{x^{20.}x^3}$$

$$= \sqrt[5]{X^{23}}$$

6. RADICALES SUCESIVAS

$$\sqrt[m]{x^n \cdot \sqrt[p]{x^q \cdot \sqrt[r]{x^5}}} = \sqrt[mpr]{x^{(np+q)r+s}}$$

EJEMPLOS :

$$* \ \sqrt[8]{a^3 \cdot \sqrt[5]{a^6}} = \sqrt[8\cdot5]{a^{3\cdot5+6}} = \sqrt[40]{a^{21}}$$

$$* \ \sqrt{m^2\sqrt[3]{m^8 \cdot \sqrt[4]{m^6}}} = \sqrt[2.3.4]{m^{(2\cdot3+8)4+6}} = \sqrt[24]{m^{62}}$$

EJEMPLOS

1. SIMPLIFICAR :

$$A = \sqrt[x]{\frac{3^x - 2^x}{2^{-x} - 3^{-x}}}$$

RESOLUCION

$$A = \sqrt[x]{\frac{3^x - 2^x}{\frac{1}{2^x} - \frac{1}{3^x}}} = \sqrt[x]{\frac{3^x - 2^x}{\frac{3^x - 2^x}{2^x.3^x}}}$$

ALGEBRA

$$A=\sqrt[x]{\frac{\left(3^x-2^x\right)6^x}{\left(3^x-2^x\right)}}=\sqrt[x]{6^x}$$

A = 6

2. SIMPLIFICAR:

$$M=\sqrt[mx]{\frac{20^{mx+1}}{2^{2mx+4}+2^{2mx+2}}}$$

$$M=\sqrt[mx]{\frac{\left(2^2.5\right)^{mx+1}}{2^{2mx+2}.2^2+2^{2mx+2}}}$$

$$M=\sqrt[mx]{\frac{\cancel{2^{mx+2}}.5^{mx+1}.}{\cancel{2^{2mx+2}}(2^2+1)}}=\sqrt[mx]{\frac{5^{mx}.\cancel{5}}{\cancel{5}}}$$

$$M=\sqrt[mx]{5^{mx}}$$

M = 5

3. SIMPLIFICAR :

$$B=\sqrt[n]{\frac{1+6^n}{1+6^n}}$$

RESOLUCIÓN

$$B=\sqrt[n]{\frac{1+6^n}{1+\frac{1}{6^n}}}=\sqrt[n]{\frac{1+6^n}{\frac{6^n+1}{6^n}}}$$

B = 6

4. EFECTUAR :

$$S=\sqrt[3]{a\sqrt{a^5}}.\sqrt{a\sqrt[3]{a^{-4}}}$$

RESOLUCION

$$S=\sqrt[3\cdot2]{a^{1\cdot2+5}}..\sqrt[2\cdot3]{a^{1\cdot3-4}}$$

$$S=\sqrt[6]{a^7}..\sqrt[6]{a^{-1}}=\sqrt[6]{a^7\cdot a^{-1}}$$

$$S=\sqrt[6]{a^6}=a$$

5. SIMPLIFICAR:

$$K=\sqrt[3]{a^2\cdot\sqrt[3]{a^2.\sqrt{a.\sqrt{a^{-10}}}}}$$

<u>RESOLUCION</u>

$$K=\sqrt[3.3.2.2]{a^{[(2.3+2)2+1]2-10}}$$

$$K=\sqrt[36]{24}$$

$$K=a^{\frac{24}{36}}=a^{\frac{4}{6}}=a^{\frac{2}{3}}$$

$$K=\sqrt[3]{a^2}$$

CONSTRUYENDO

MIS CONOCIMIENTOS

1. Efectuar:

$$\sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{2^8}}}{2^4}}$$

<u>Resolución</u>:

<u>Rpta</u>: $\sqrt[3]{2^{-4}}$

2. Reducir:

$$\sqrt[3]{\frac{\sqrt{\frac{\sqrt[7]{\frac{1}{x^5}}}{x^3}}}{x^2}}$$

<u>Resolución</u>:

<u>Rpta</u>: $\sqrt[7]{x^{-9}}$

3. Simplificar:

$$\left\{\sqrt[m+n]{\frac{\sqrt[m]{mn^{-1}}}{\sqrt[n]{nm^{-1}}}}\right\}^{m^2}=\frac{1}{\sqrt[5]{5}}$$

ALGEBRA

Resolución:

Rpta: $\frac{m}{n} = \frac{1}{5}$

4. Siendo: m y n $\in Z^+ \wedge (n - m) \geq 2$ reducir:

K = $\sqrt[m-n]{\dfrac{m^{m+n}.n^{n} + n^{m+n}.m^{m}}{m^{2n}.n^{m} + n^{2m}.m^{n}}}$

Resolución:

Rpta: K = $\frac{m}{n}$

4. Calcular:

R = $\left(\sqrt[4]{2}\right)^{\left(2^{\sqrt[3]{2}}\right)^{\left(4^{\frac{5}{6}}\right)}}$

Resolución:
Rpta: R = 16

6. Efectuar:

N = $\left[\sqrt[3]{3^{\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}}}}\right]^{\left(\sqrt[3]{3}\right)^{-\sqrt[3]{3}+3}}$

Resolución:
Rpta: N = 3

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. Simplificar:

A = $\sqrt[n]{2^{n-4}}.\sqrt[n]{4^{n+2}}$

a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) N.A.

2. Reducir:

B = $\dfrac{\sqrt[6]{9}\sqrt[4]{9}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[20]{9}\sqrt[5]{9}}$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) N.A.

2. Efectuar:

$$C = \sqrt[n]{\frac{5^n + 7^n}{5^{-n} + 7^{-n}}}$$

a) 1 b) 5 c) 7
d) 12 e) 35

4. Efectuar:

$$D = \sqrt[3]{\sqrt{x}}.\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}.\sqrt[5]{\sqrt[4]{x}}.\sqrt[6]{\sqrt[5]{x}}$$

a) x b) $\sqrt{x}$ c) $\sqrt[3]{x}$ d) $\sqrt[4]{x}$ e) x^2

5. Efectuar:

$$\sqrt[m+n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}}$$

a) a b) b c) a/b
d) b/a e) 1

6. Reducir:

$$\sqrt[n+1]{\frac{8^{n+\frac{1}{3}}}{2^{n+1}.2^{n-1}}}$$

a) 2^n b) 4 c) 2
d) $\sqrt[n]{2}$ e) 1/2

7. Simplificar:

$$\textbf{E} = \left\{ \sqrt[\sqrt[3^3]{3^3}]{3^{\sqrt[3]{3}}} \right\}^{\frac{\sqrt[(3)(3)]{3^{3(3)}}}{\sqrt[9]{(3)(3)}}}$$

a) 3 b) 9 c) 27
d) 36 e) N.A.

8. Simplificar:

$$F = \sqrt[4]{2}^{\sqrt[6]{2}^{\frac{\sqrt{12}+\sqrt{48}+\sqrt{108}}{\sqrt{3}}}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) N.A.

9. Efectuar:

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-4^{-2^{-1}}} \cdot \left(-\frac{1}{125}\right)^{-27^{-3^{-1}}} \cdot \sqrt{(-2)^4 . 4^{8^{-3^{-1}}}}$$

a) 2 b) 1 c) 0
d) 3 e) N.A.

10. Simplificar:

$$K = \sqrt[27^{2^m}]{\left\{125^{3^{2^{m+1}}}\right\}^{3^{2^n}}}$$

a) 5 b) 25 c) 125
d) 15 e) N.A.