



TEORÍA DE CONJUNTOS

LECTURA

George Cantor.-

Nació en San Petersburgo (Rusia). Su madre era rusa y su padre un comerciante danés. En 1856 la familia se trasladó a Wiesbaden (Alemania). Fueron 6 hermanos.

La disciplina en la familia era muy estricta y en la familia había verdadera obsesión por el éxito.

Su padre quería que estudiase ingeniería, pues había demanda de ingenieros y estaban bien pagados, sin embargo, a Cantor no le gustó la idea y estudió matemática.

Estudió en el politécnico de Zurich y en Berlín. Sus profesores en Berlín fueron Weierstras, Kummer y Kronecker.

Demostró que no todos los conjuntos infinitos son del mismo tamaño donde los conjuntos que todos diríamos que tienen más elementos, tienen los mismos.

Sus teorías fueron muy controvertidas en su época y tuvo enfrentamiento con otros matemáticos.

Murió en 1918 en un sanatorio mental.

1.- NOCIÓN DE CONJUNTOS

El concepto de conjunto es una noción intuitiva que se entiende como agrupación o colección de objetos.

Notación: Se denota los conjuntos con letras mayúsculas y sus elementos con letras minúsculas u otros símbolos.

Ejemplo:

$$A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$$

$$B = \{ *, \#, \& \}$$

Inventa tres ejemplos más:

- a) _____
- b) _____
- c) _____

2.- CARDINAL DE UN CONJUNTO

Indica el número de elementos **diferentes** que tiene un conjunto.

Se denota: $n(A)$

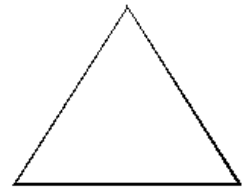
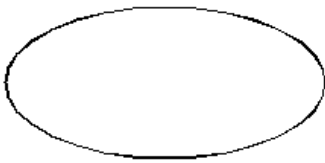
Ejemplo:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad n(A) = 5$$

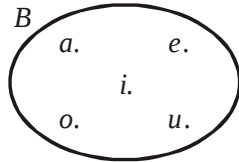
$$B = \{1, 2, 2, 1, 4\} \quad n(B) = 3$$

Recuerda

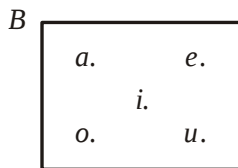
Para representar gráficamente los conjuntos se utilizan diversas figuras geométricas que se conocen como Diagramas de Venn - Euler



Su representación gráfica puede ser:



o también:



PRACTIQUEMOS

1. Da 5 ejemplos de conjunto:

- a) _____
- b) _____
- c) _____
- d) _____
- e) _____

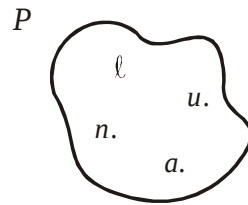
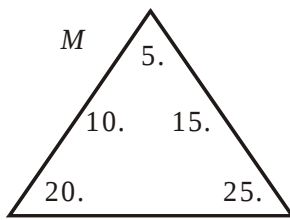
2. Indica los elementos de los siguientes conjuntos:

a) "Conjunto de los números impares menores que 13 "

b) "Conjunto de las vocales abiertas de la palabra estudiante "

c) "Conjunto de los nombres de mis profesores "

3. Denota los siguientes conjuntos:



4. Representa gráficamente:

a) $D = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

b) $X = \{\text{Perú}\}$

3. RELACIÓN DE PERTENENCIA.

El símbolo $\in$ recuerda la letra griega, inicial del verbo λ (el) es utilizado en el silogismo "Sócrates es un hombre" $s \in H$.

En la relación de pertenencia, si "a" es un elemento del conjunto, se denota: $a \in A$ y se lee: el elemento "a" pertenece al conjunto A.

La relación de pertenencia se da sólo entre elemento y conjunto.

En caso contrario se dice que no pertenece ($\notin$)

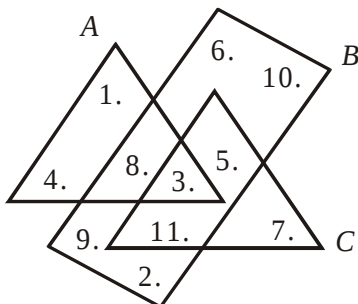
Ejemplo:

$$A = \{2, 4, 6\}$$

Observamos que:

2 pertenece a A

7 no pertenece a A



PRACTIQUEMOS

3 _____	B	4 _____	A
7 _____	A	1 _____	C
9 _____	B	10 _____	B
5 _____	C	5 _____	A
8 _____	A	3 _____	C
8 _____	C	4 _____	A
11 _____	A	8 _____	B
2 _____	B	1 _____	B

4. DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

Existen dos formas de determinar un conjunto.

<i>Por extensión</i>	<i>Por comprensión</i>
Cuando se presenta una lista completa de todos y cada uno de sus elementos $A = \{2, 4, 6, 8\}$ $B = \{\text{Lunes, Martes, , Domingo}\}$	Cuando se enuncia una propiedad que caracteriza a todos los elementos del conjunto. $A = \{x/x \text{ es par, } x < 10\}$ $B = \{\text{los días de la semana}\}$



DETERMINAR POR EXTENSIÓN.

1. $D = \{x+1/ x \in \mathbb{N}; 6 < x \leq 9\}$

Solución:

El ejercicio señala el número natural ($x \in D$) es mayor que 6 y menores o igual que 9

($6 < x \leq 9$), aumentando en 1 ($x+1$)

$$7 + 1 = 8$$

$$8 + 1 = 9$$

$$9 + 1 = 10$$

$D = \{8, 9, 10\}$ es la respuesta.

2. $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 5 \leq x \leq 10\}$
3. $F = \{x \in \mathbb{N}/x = 2n+1; 3 \leq x < 7\}$
4. $R = \{x \in \mathbb{N}/ 8 < x < 14\}$
5. $B = \{x \in \mathbb{N}/ x \text{ es par}; 6 < x < 17\}$
6. $C = \{x-3/ x \in \mathbb{N}; 2 < x < 6\}$
7. $P = \{x \in \mathbb{N}/ 121 < x < 122\}$
8. $Q = \{x \in \mathbb{N}/ x < 5\}$

DETERMINAR POR COMPRENSIÓN

1. $A = \{11, 13, 15, 17, 19\}$

Solución:

Propiedades comunes:

- * Números mayores que 10 y menores que 20.
- * Números impares.

$$A = \{x \in \mathbb{N}/ x \text{ es impar}; 10 < x < 20\}$$

2. $B = \{i; u\}$
3. $C = \{14; 6; 8; 10; 12\}$
4. $D = \{5; 7; 9; 11; 13\}$
5. $E = \{6; 8; 10; 12; 14; 16\}$
6. $F = \{0, 3, 6, 9, 12\}$
7. $G = \{m, r, o, a\}$

5. RELACIONES ENTRE CONJUNTOS.

Inclusión. Decimos que un conjunto A está incluido en B si todos los elementos de A son elementos de B .

Notación: $A \subset B$

Se lee: A está incluido en B

Ejemplo: $A = \{2, 4, 6, 8\}$

$$\{2\} \subset A$$

$$\{1\} \not\subset A$$

Entonces

$$\{4, 8\} \subset A$$

$$\{3, 5\} \not\subset A$$

Importante: * La inclusión es relación de conjunto a conjunto.

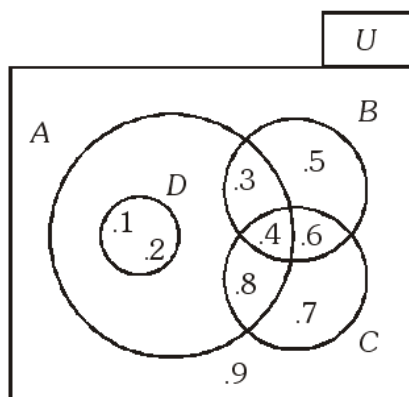
* $A \subset A$

* $\emptyset \subset$ en todo conjunto por ser conjunto vacío

TRABAJEMOS EN CASA



1. Dado el diagrama siguiente:



Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de:

$B = \{3; 4; 5; 6\}$ () $\{1; 2\} \subset A$ ()

$4 \notin A$ () $B \neq C$ ()

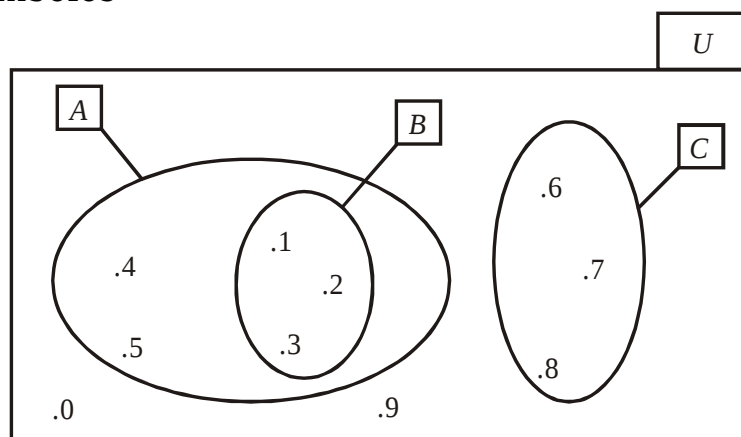
$D \subset A$ () $A \subset U$ ()

$C \supset B$ () $A = \{1; 2; 3; 4\}$ ()

$6 \in A$ ()

$A \supset B$ ()

2. Observa los conjuntos representados en el diagrama y completa usando los símbolos $\in; \notin; \subset$ ó $\not\subset$



4 _____ A A _____ U 3 _____ B 9 _____ C
 $\{7\}$ _____ C C _____ U $\{4; 5\}$ _____ A 8 _____ U
B _____ A $\{6; 9\}$ _____ A $\{6\}$ _____ C $\{0; 8\}$ _____ B

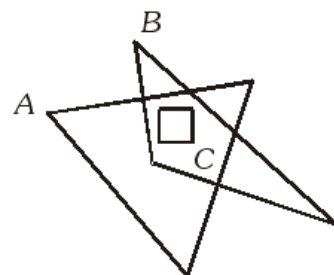
3. Dado el diagrama y las proposiciones:

I) $C \subset A$ II) $B \subset A$

III) $C \subset B$

Decir cuál es verdadero:

- A) Sólo I B) I y III
C) Sólo II D) Los tres



4. Si: $A = \{m, a, t, i, c, e, s\}$ $B = \{t, e, m, a\}$ $C = \{s, e, m, a, n\}$

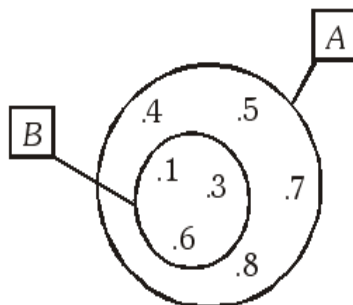
Determinar la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones:

- I. $a \in A$ () II. $t \in C$ () III. $e \in B$ ()
IV. $r \in A$ () V. $j \notin B$ ()

5. Dado el siguiente diagrama:

Los elementos del conjunto A son:

- A) $\{4; 5; 7; 8\}$
B) $\{1; 3; 6\}$
C) $\{1; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$



6. Dado el conjunto $A = \{1; 2; 4; 5; 8\}$. ¿Cuál es verdadero?

- A) $\{1; 2\} \in A$ B) $\{1; 4; 6\} \subset A$ C) $\{2; 8\} \notin A$
D) $\{3; 5\} \subset A$ E) $\{2; 5; 8\} \subset A$

7. Dado los conjuntos:

¿Cuál es verdadero?

- A) $\{2; 3\} \notin A$ B) $\{2; 4\} \subset A$ C) $\{1; 3\} \in B$
D) $\{3; 5\} \in B$ E) $B \subset A$

8. Expresar el conjunto por extensión:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 2 \leq x < 7\}$$

- A) $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ B) $A = \{3; 4; 5; 6; 7\}$
C) $A = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ D) $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

9. El conjunto: $A = \{x / x \in N \wedge x < 4\}$
Está determinado por:

A) Extensión B) Comprensión C) A y B
D) A o B E) N.A.

10. En el siguiente conjunto: $N = \{2x / x \in N \wedge x < 4\}$
¿Cuántos elementos tiene N?

A) 2 B) 6 C) 4 D) 8