



FICHAS DE SISTEMA DE NUMERACIÓN II

INDICADOR.- Realizar cambios de base en los diversos sistemas de numeración.

- ❖ Aplicar las propiedades de un sistema de numeración en la resolución de problemas.

El Avance de Comercio Inspira a la Numeración

La representación de los números por medio de rayas, marcas u objetos minúsculos no presento mayores dificultades mientras que fueran pequeños. Sin embargo, el crecimiento de las tribus junto con el constante desarrollo de sus necesidades, así como el intercambio comercial con otras tribus, lo obligaron a pensar en cantidades cada vez mas grandes, a comparar conjuntos cada vez mayores y, por consiguiente, a una expresión escrita y hablada cada vez más complicada y trabajosa.

Para aliviar esta dificultad. Cada vez que llegaba a cierto número de objetos, prefería agruparlos en conjuntos siempre iguales, como montoncitos de corteza o piedras, atados de palitos, sean de cinco, diez o veinte unidades.

Sobre la base de estos grupos de cinco, diez o veinte objetos, le fue posible ir formando grupos cada vez más grandes, por simple agregación de unidades, primero, y de grupos, después. Y así decía. "Dos, tres, cuatro, etc., grupos mas tres objetos", por ejemplo. Con esto de dio origen a una numeración muy primitiva, antepasada remota de los modernos sistemas de numeración.

El Número como Ente Abstracto

Los primeros conceptos numéricos fueron más bien cualitativos que cuantitativos. Al decir, por ejemplo, tres patos y cinco manzanas, no podían concebir la idea de TRES o de CINCO, independientemente de esos patos o de esas manzanas. Tuvo que transcurrir todavía mucho tiempo para que se dieran cuenta de que un conjunto de cinco ovejas y otro de cinco perros representaban la misma pluralidad, y que tenían en común la posibilidad de ser iguales. Solo cuando tuvieron conciencia cabal de este hecho se elevo el numero a la categoría de ente abstracto.

Orientación y Medición del Tiempo, no simple curiosidad

La curiosidad y la necesidad estimularon continuamente al hombre; al observar, por ejemplo, la repetición periódica de ciertos fenómenos tuvo que ir descubriendo la constancia de ciertas relaciones cuantitativas, así comenzó a ampliar un tanto sus primeros rudimentos aritméticos.

La necesidad de orientarse se hacía cada vez más importante, a medida de que se alejaba más y más de sus habituales parajes en busca de nuevas regiones. Además, no podía conformarse con hallar frutas silvestres distintas o iguales a las de su comarca, sino que tenia que calcular las épocas en que esas frutas se producían.

Asimismo, al percatarse de que cada vez que se alejaba de sus dominios un poco mas, en su retorno descubre también la posibilidad de orientarse por medio de las estrellas.

El hecho de conocer con precisión el transcurrir del tiempo se va convirtiendo en una necesidad cada vez más imperiosa. ¿Cómo saber la época exacta de encontrar frutos en aquellos lugares que ya había explorado? En sus largos viajes nocturnos observa el **crecimiento** diario de la Luna y luego su constante **decrecer**, hasta **desaparecer ante sus ojos**, lo que según sus cálculos se repetía cada treinta días.

Otra de las observaciones de inmensa trascendencia en la medida del tiempo fue el hecho de que el Sol no siempre aparece por el mismo lugar, pues a veces sale más hacia el norte, y otras veces, más hacia el Sur de algún punto de referencia. En el correr del tiempo pudo establecer que cada **doce lunas** volvía a aparecer el Sol, exactamente por el mismo lugar.

Así desarrollo la primera noción del año de trescientos sesenta días. Sin embargo, tal avance no se detuvo ahí sino más bien, la observación constante de la sombra proyectada por los árboles y otros objetos en el transcurso del día le permitieron descubrir la división del día solar.

Instrumento de Cálculo y de Representación Numérica

4 ^{ta} columna	3 ^{ra} columna	2 ^{da} columna	1 ^{ra} columna
	0	0	0
	0	0	0
	0	0	0
		0	0
		0	

Se manifestó no solo la necesidad de representar números cada vez mayores, sino que la rapidez y exactitud en el cálculo significaron factores importantes en las operaciones comerciales. Es así que en determinado momento de la historia de la cultura, surgió la idea de dar a cada piedrecilla un valor de posición, por ejemplo, cada una de las que estuviese en la 1^{ra} columna valdría una unidad simple; cada una de las que estuviese en la 2^{da} columna valdría diez; cada una de las que estuviese en la 3^{ra} columna valdría cien; en la 4^{ta} columna mil, y así sucesivamente.

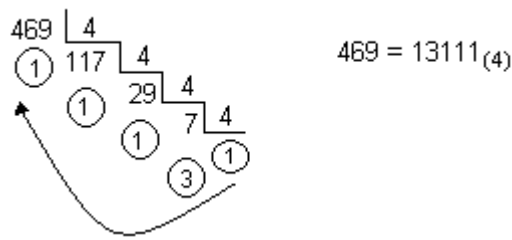
Conversión de los Sistemas de Numeración

Son métodos que permiten relacionar a los números escritos en los distintos sistemas de numeración.

Primer caso: Convertir un número de la base 10 a base "n"

Regla: Se divide el número sucesivamente por "n", hasta que la división ya no sea posible.

Ejemplo: Expresar 469 en el sistema cuaternario:



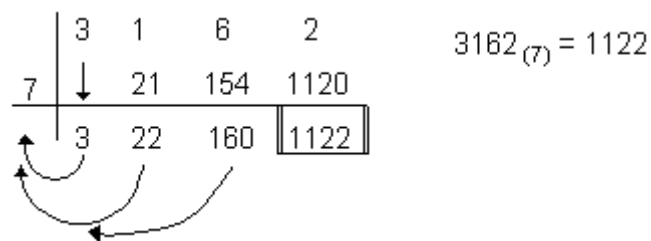
Segundo caso: Convertir un número de base "n" a base 10

Regla: Se descompone el numeral polinómicamente o por RUFFINI y se reducen las cantidades homogéneas.

Ejemplo 1: Expresar $324_{(5)}$ en el sistema decimal

$$324_{(5)} = 3 \times 5^2 + 2 \times 5 + 4 = 75 + 10 + 4 = 89$$

Ejemplo 2: Expresar $3162_{(7)}$ a Base 10. (Ruffini)



Tercer caso: Convertir un número de la base "m" a base "n". (m y n distintos de 10)

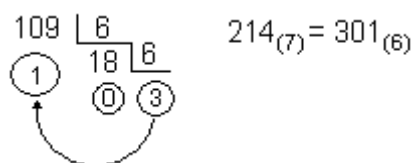
Regla: El numeral de la Base "m" se convierte a Base decimal y luego de la base decimal a Base "n"

Ejemplo: Expresar $214_{(7)}$ Al sistema Senario

1^{ero}: Pasamos a base 10 (Descomposición polinómica)

$$214_{(7)} = 2 \times 7^2 + 1 \times 7 + 4 = 98 + 7 + 4 = 109$$

2^{do}: Lo llevamos a base 6 (Divisiones sucesivas)



Observaciones:

$$1. \overline{(n-1)}_{(n)} = n-1$$

$$* \overline{(n-1)(n-1)}_{(n)} = n^2 - 1$$

$$* \overline{(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = n^3 - 1$$

$$* \underbrace{\overline{(n-1) \dots (n-1)}_{(n)}}_{\text{"x" cifras}} = (n-1)x \frac{(n^x - 1)}{(n-1)}$$

$$* \underbrace{\overline{(n-1) \dots (n-1)}_{(n)}}_{\text{"x" cifras}} = n^x - 1$$

En base 10:

$$9 = 10^1 - 1$$

$$99 = 10^2 - 1$$

$$999 = 10^3 - 1$$

•
•

$$\underbrace{999 \dots 999}_{\text{"x" cifras}} = 10^x - 1$$

"El mayor numeral "x" cifras en base 10"

2.

$$\begin{array}{c} \overline{1a} \\ \overline{1a} \\ \overline{1a} \\ \dots \\ \overline{1a}_{(n)} \end{array} = n + xa$$

"x" veces

3.

$$\begin{array}{c} \overline{1m} \\ \overline{1n} \\ \overline{1p} \\ \overline{1q}_{(x)} \end{array} = x + m + n + p + q$$

4.

$$\begin{array}{c} \overline{a1} \\ \overline{a1} \\ \overline{a1}_{(n)} \end{array} = a^3n + a^2 + a + 1$$

5.

$$\overline{a_1} \overline{a_1} \overline{a_1} \dots \overline{a_1}_{(n)} = a^x \times n + a^{x-1} + a^{x-2} + \dots + a^2 + a + 1$$

"x" veces

CASOS ESPECIALES

A. Convertir un número de la base "n" a base "n^k", $K \in \mathbb{Z}^+$

Regla: A partir de la derecha se separa en grupos de "K" cifras y cada grupo se convierte al sistema decimal (descomposición polinómica) de este modo se obtiene las cifras del número en base "n^k"

Ejemplo: Convertir $100\ 1110_{(2)} \longrightarrow$ Base (8)

Resolución:

$$8 = 2^3 ; \quad K = 3$$

$$\begin{array}{ccc} \xleftarrow{3} & \xleftarrow{3} & \xleftarrow{3} \\ 1 & 001 & 110_{(2)} \end{array}$$

$$1_{(2)} = 1 ; \quad 001_{(2)} = 1$$

$$110_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 6$$

$$\rightarrow 1001110_{(2)} = 116_{(8)}$$

B. Convertir un Número de la Base "n^k" a base "n", $K \in \mathbb{Z}^+$

Regla: Cada una de las cifras se convierte a base "n" teniendo cuidado de obtener periodos de "K" cifras (si al convertirlos no se logran "K" cifras, se completaran con ceros a la izquierda del número obtenido, en cada grupo, hasta lograr los "K" cifras).

Ejemplo: Expresar $421_{(8)} \longrightarrow$ Base (2)

Resolución: $8 = 2^3$

$$4 = 100_{(2)} ; 2 = 10_{(2)} ; 1 = 1_{(2)}$$

Con cada cifra del numeral expresado en base 8 se deben lograr 3 cifras en base 2.

$$\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 1_{(8)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 100 & 010 & 001_{(2)} \end{array}$$

Ejercicios Resueltos

1. Expresar 32 en el sistema ternaria y dar la suma de sus cifras.

Resolución:

$$\begin{array}{r}
 32 \overline{) 3} \\
 \underline{27} \\
 5 \\
 \underline{3} \\
 2 \\
 \underline{3} \\
 0
 \end{array}
 \rightarrow 32 = 1012_{(3)}$$

$\Sigma_{\text{cifras}} = 1 + 0 + 1 + 2 = 4$

2. Si: $1243_{(8)} = \overline{abc}$. Hallar $a + b + c$

Resolución:

$$1243_{(8)} = 1 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 4 \times 8 + 3 = 512 + 128 + 32 + 3 = 675$$

$$\overline{abc} = 675 \begin{cases} a = 6 \\ b = 7 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 18$$

3. ¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. $24_{(6)} = 35_{(7)}$
 II. $\overline{abc}_{(n)} = \overline{(a+1)xy}_{(n+1)}$
 III. $421_{(5)} = 30_{(37)}$
 IV. $111111_{(2)} = 70_{(9)}$

Resolución:

I. $24_{(6)} = 3_{(7)}$
 $16 = 26$ (falso)

II. (falso)

$$\overline{abc}_{(n)} = \overline{(a+1)xy}_{(n+1)}$$

AUMENTA

III. $421_{(5)} = 30_{(37)}$
 $111 = 111$ (verdadero)

IV. $111111_{(2)} = 70_{(9)}$
 $2^6 - 1 = 63$
 $63 = 63$ (verdadero)

$\therefore$ 2 son verdaderas.

4. Si se cumple:

$$\overline{(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = \overline{(2n-1)(2n-1)}_{(2n)} . \text{ Hallar "n"}$$

Resolución:

$$n^3 - 1 = (2n)^2 - 1$$

$$n^3 = 4n^2 \quad \therefore n = 4$$

5. Si: $\underbrace{11\dots\dots 11}_{\text{"n" cifras}}_{(2)} = 1023$. Hallar n^2 .

Resolución:

$$\text{Dado: } \underbrace{11\dots\dots 11}_{\text{"n" cifras}}_{(2)} = 2^n - 1$$

$$\rightarrow 2^n - 1 = 1023$$

$$2^n = 1024 \quad \therefore 2^n = 2^{10} \quad \rightarrow n = 10$$

$$\rightarrow n^2 = 10^2 = 100$$

6. Si se cumple: $606060_{(7)} = \overline{xxx}_{(n)}$. Hallar "n+x"

Resolución:

$$\overbrace{60 \quad 60 \quad 60}^{= \overline{xxx}_{(n)}}_{(7)}$$

$$\text{Se verifica: } n = 7^2 = 49$$

$$X = 60_{(7)} = 42 \quad \therefore n+x=49+42=91$$

$$\text{Se verifica: } n=7^2=49$$

$$X=60_{(7)} = 42 \quad \therefore n+x=49+42=91$$

CONSTRUYENDO MIS HABILIDADES

1. Expresar el mayor numeral formado por 4 cifras consecutivas del sistema decimal en el sistema vigesimal e indicar la cifra de mayor orden.

Resolución:

2. Expresar correctamente $423_{(7)}$ en base 10 e indicar el producto de sus cifras:

Resolución:

3. El menor de los números dados a continuación es :

- A) $222_{(5)}$ B) $2222_{(3)}$
 C) $323_{(4)}$ D) $121_{(8)}$
 E) $5\alpha_{(11)}$

Resolución:

4. Se arrojan tres dados. El resultado del primer dado se multiplica por 7, se suma el resultado del segundo dado y se multiplica todo por 7, por último se suma el resultado del tercer dado y se obtiene 136. ¿Cuál fue el menor resultado de los tres dados?

Resolución:

5. Si se cumple que $136_m + \overline{33n}_p + \overline{13m}_n = \overline{44p}$, entonces $(m+n+p)$ es:

- A) 20 B) 21 C) 22
 D) 23 E) 24.

Resolución:

6. El cociente de dividir $256^{49}-1$ entre 3. ¿Cuántas cifras tiene en el sistema de base 4?

Resolución:

7. Si: $\overline{abc}_{(9)} + \overline{ab}_{(8)} + \overline{bc}_{(7)} = 693$. Hallar $axb-c$.

Resolución:

8. En qué sistema de numeración la suma de las cifras con que se pueden representar todos los números es 210 en base 10.

Resolución:

REFORZANDO

MIS CAPACIDADES

1. El menor número de 4 cifras expresado en el sistema senario expresado en el sistema de base 13 es:

- A) $1\alpha\beta_{(13)}$ B) $1\alpha 4_{(13)}$ C) $1\beta 6_{(13)}$ D) $1 \ 6_{(13)}$
 E) $1\alpha\beta_{(13)}$

2. Si: $1021012_{(3)} = \overline{abc}_{(11)}$. Hallar $axb-c$.

- A) 30 B) 32 C) 34
 D) 35 E) 36

3. Expresar el menor numeral capicúa de 4 cifras de base 13 en el sistema decimal e indicar la suma de cifras de mayor y menor orden.

- A) 10 B) 11 C) 12
 D) 14 E) 16

4. Si: $\overline{\left(\frac{x}{4}\right)1(x-12)\left(\frac{x}{3}\right)} = \overline{mnpq}_{(11)}$. Hallar: $m+n+p+q+x$
 A) 12 B) 14 C) 21
 D) 24 E) 26
5. Sabiendo que: $1247 = \overline{abc}_{(12)} = \overline{xy}_{(40)}$. Hallar $(a+b+c)-(x+y)$
 A) -14 B) 12 C) 10 D) -12 E) 14
6. Si: $\overline{(x+3)(x-1)\left(\frac{x}{3}\right)}_{(9)} = \overline{mnp}$. Hallar $m+n+p+x$.
 A) 12 B) 13 C) 14 D) 16 E) 18
7. En un juego de tres naipes se dan cartas, el valor de la primera carta se multiplica por 7 y se le agrega 5 y toda la suma se multiplica por 12, luego se le agrega el séxtuplo del valor de la segunda carta y todo se multiplica por 2, agregando finalmente la suma de las tres cartas, resultando 330. Determinar el valor de la mayor carta.
 A) 4 B) 6 C) 3 D) 5 E)
8. Hallar la suma de las cifras distintas de un numeral capicua de tres cifras del sistema heptal que al convertirlo al sistema Senario se escribe con cifras "1" excepto la cifra de segundo orden que es igual a la cifra central del numeral capicúa.
 A) 8 B) 9 C) 12 D) 11 E) 10
9. ¿Cuántos números de la forma $\overline{aba}$ existen en base 14 que al ser convertidos al sistema heptal se escriben como $\overline{bbaa}$?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Más de 4
10. Un banco usa el sistema de numeración de base 7 para numerar las libretas de sus ahorristas. Si en este momento la antepenúltima libreta es 5365, ¿Cuál es el número de la última libreta?
 A) 5367 B) 5400
 C) 5380 D) 5402
 E) 6000